Ana Carolina Costa Pereira
Organizadora

ENSINO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Enfoques de uma Prática

volume 1

Ana Carolina Costa Pereira
Antonia Naiara de Sousa Batista
Eugeniano Brito Martins
Francisco Wagner Soares Oliveira
Isabelle Coelho da Silva
Suziê Maria de Albuquerque
Verusca Batista Alves
Autores

Ed UECE

Ana Carolina Costa Pereira
Organizadora

ENSINO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Enfoques de uma Prática

volume 1

Ana Carolina Costa Pereira
Antonia Naiara de Sousa Batista
Eugeniano Brito Martins
Francisco Wagner Soares Oliveira
Isabelle Coelho da Silva
Suziê Maria de Albuquerque
Verusca Batista Alves
Autores

EdUECE
1ª Edição
Fortaleza - CE
2020

ENSINO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – Enfoques de uma Prática

Editora da Universidade Estadual do Ceará – EdUECE
Av. Dr. Silas Munguba, 1700 – Campus do Itaperi – Reitoria – Fortaleza – Ceará
CEP: 60714-903 – Tel: (085) 3101-9893
www.uece.br/eduece – E-mail: eduece@uece.br

Editora filiada à

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA
DAS EDITORAS UNIVERSITÁRIAS

Coordenação Editorial
Erasmo Miessa Ruiz

Diagramação e Capa
Narcelio Lopes

Revisão de Texto
Maria Polyanne Andrade de Alcantara

Ficha Catalográfica
Lúcia Oliveira CRB - 3/304

E59 Ensino e história da matemática: enfoques de uma prática [recurso eletrônico] / Organizado por Ana Carolina Costa Pereira. - Fortaleza:EdUECE, 2020.
Livro eletrônico.
v. 1
168 p. : il.
ISBN: 978-65-86445-10-7
1. Matemática - Estudo e ensino. 2.Matemática - História. I. Pereira, Ana Carolina Costa. II. Título.
CDD: 510.07

PREFÁCIO

As contribuições da história da matemática no ensino têm sido bastante valorizadas por muitos pesquisadores, educadores e professores de matemática. Entretanto, as possibilidades de interação entre essas duas áreas distintas de conhecimento têm sempre se colocado como um grande desafio, visto que não é tarefa fácil uni-las de modo a se alcançar um real aproveitamento didático e/ou pedagógico para a aprendizagem de matemática.

As dificuldades de integrar, interagir, incorporar, ou mesmo usar, a história da matemática com finalidades didático-pedagógicas são as molas propulsoras dos estudos publicados neste livro. Longe de superar tais dificuldades, os capítulos que compõem este livro buscam revisitar e propor outras abordagens de interação, baseadas na ideia de construção de interfaces entre história e ensino de matemática.

A ideia da construção de interfaces entre história e ensino surgiu há pelo menos vinte anos atrás para responder a constante solicitação, feita por professores de diferentes níveis de ensino, de uma metodologia que desse suporte para integrar questões históricas no ensino de ciências em geral. Particularmente, aplicada ao ensino e à aprendizagem de matemática, a interface se afigura como um conjunto de ações e de produções que promove a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático com vistas a elaborar outras tantas ações (didáticas e/ou pedagógicas) que busquem articular história e ensino de matemática.

A interface não é única e constitui-se em uma gama de possibilidades. Na proposta aqui delineada, ela se constrói na pesquisa com a didática e a prática pedagógica e teve em vista não só uma compreensão histórica mais contextualizada dos objetos matemáticos, mas também uma metodologia de abordagem que viabilizasse uma proposta didático-pedagógica. Assim, os estudos aqui contemplados consideraram não só aspectos epistemológicos e metodológicos ligados à história da matemática, mas também à educação matemática, aproximando as concepções histriográfica do historiador e didático-pedagógica do educador. Desse modo, do ponto de vista histórico, esses estudos buscaram privilegiar o processo histórico do desenvolvimento da matemática juntamente com a formação do conceito no processo do ensino e aprendizagem. E, do ponto de vista didático-pedagógico, buscaram evitar a prevalência do formalismo lógico sobre o epistemológico e os fundamentos da matemática moderna sobre a própria matemática e suas aplicações. Tendo por base documentos que descrevem a construção e o uso de antigos instrumentos matemáticos, mostram que a pesquisa histórica propiciou a emergência de elementos com os quais é possível compor um conjunto de ações voltados para a elaboração de atividades didáticas sem fazer a história dirigir o ensino de matemática.

Com esta publicação, os autores esperam trazer ao leitor um material que contribua para estimular e aprofundar reflexões e discussões sobre a interação entre história e ensino de matemática.

Prof. Dr. Fumikazu Saito
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

APRESENTAÇÃO

Este livro constitui parte de um esforço de pesquisadores e discentes que compõem o Grupo de Pesquisa e Estudos em Educação e História da Matemática - GPEHM, criado em 2013 com a proposta de realizar estudos sobre o desenvolvimento teórico e prático de temas ligados a Educação Matemática e a História da Matemática. Propomos, sobretudo, incentivar a incorporação da História no ensino da Matemática a partir de recursos didáticos que podem emergir dessa interface entre as duas áreas, voltada principalmente para a formação de professores.

Dessa forma, a obra traz um conjunto de capítulos, sobre investigações desenvolvidas pelo GPEHM nos últimos seis anos, que são resultados de pesquisas provindas das dissertações defendidas no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) nesse período.

Todos os capítulos estão vinculados a construção de interfaces entre a história e o ensino de matemática sob uma perspectiva atualizada, no qual o primeiro deles intitulado, *"Conhecendo a história do GPEHM e sua contribuição para a educação matemática no Ceará"*, traz um relato dos indícios da inserção da história da matemática no Ceará, assim como um relato de alguns fatos que promoveram a criação do GPEHM, suas ações, linhas de pesquisa e concepções teóricas.

O **segundo capítulo** intitulado *"A articulação entre história e ensino de matemática a partir de textos originais: considerações ini-*

ciais para o educador matemático" apresenta uma das formas de articular história e ensino de matemática, por meio do uso de textos originais. Esses materiais são recortes de documentos históricos que podem ser utilizados em pesquisas para retratar a construção do conhecimento no passado. No âmbito do GPEHM, a sua relevância tem sido amplamente evidenciada, em que a maioria dos estudos partem de análise de um texto original.

Assim, esse capítulo objetiva apresentar as discussões teóricas que são base para os estudos realizados no GPEHM que envolvem o uso de textos originais na articulação entre história e ensino de matemática. Para isso, questões que devem ser consideradas antes do estudo de um original são apresentadas, tais como a necessidade do conhecimento das diferentes vertentes historiográficas, a bibliografia que defende o uso de documentos originais, as definições sobre o assunto e os critérios que devem ser apreciados para a sua utilização. Dessa forma, busca-se dar ao educador matemático que pesquisa em história, uma base teórica para a realização consciente de seus estudos, de forma que, independente da perspectiva historiográfica escolhida, ele possa discutir a construção dos conhecimentos matemáticos.

O **terceiro capítulo** nomeado de "*Conhecimentos Matemáticos Mobilizados na Barras de Calcular de John Napier: na perspectiva do docente em formação*", apresenta o diálogo entre o instrumento histórico matemático, Barras de Calcular, conforme descrito na obra *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus acessit e arithmeticea localis liber unus,* publicada em 1617 por John Napier (1550-1617) com o objetivo de identificar algumas potencialidades didáticas para a mobilização de conceitos matemáticos durante a operação de multiplicação.

Desta forma, é apresentado uma atividade construída com um excerto do tratado, no qual *Napier* explica a utilização das barras de calcular para realizar a operação de multiplicação. O desenvolvimento desta atividade visou a identificação de potencialidades didáticas que emergiram quando da manipulação do instrumento por professores de matemática, durante um curso de formação continuada. Posteriormente, é apresentado outra atividade que mobiliza as potencialidades didáticas identificadas, no intuito da construção de interfaces entre a história e o ensino da matemática.

O **quarto capítulo** intitulado *"O uso do ábaco de Gerbert para a compreensão do algoritmo da multiplicação moderna: uma proposta de atividade na formação inicial de professores de matemática"* tem como objetivo descrever a construção de uma interface entre a história e o ensino de matemática no qual parte do uso do *Traité de Gerbert* na versão de 1843, escrito originalmente por volta do ano de 976, e do ábaco contido nesse texto.

Dessa forma, é apresentado um estudo do contexto de elaboração, transmissão e transformação das ideias matemáticas neste período medieval e o posterior tratamento didático do material histórico. Em seguida, são descritos os recursos utilizados durante a atividade na qual adotou a perspectiva colaborativa, emergindo questionamentos e ressignificações relacionados ao algoritmo da multiplicação, de maneira que o uso do ábaco de Gerbert colaborou na compreensão do algoritmo moderno, bem como na construção de outros modelos operatórios.

O **quinto capítulo** intitulado "*Mobilizando conceitos matemáticos através do instrumento histórico círculos de proporção: um olhar para a formação docente*", é apresentado um recorte da dissertação *Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred,* que enfoca em uma discussão sobre o instrumento matemático círculos de proporção contido no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1633).

Nesse capítulo objetiva-se discorrer sobre um breve contexto histórico a respeito do instrumento e do tratado. Além disso, apresenta uma atividade voltada a formação continuada de professores de matemática que foi desenvolvida a partir da necessidade de ações formativas que buscassem promover a inserção de recursos provenientes da história da matemática, para o ensino de matemática. A atividade visou ressignificar alguns conceitos matemáticos através da manipulação dos círculos de proporção reconstruído. Com isso, alguns conceitos matemáticos puderam ser mobilizados, dentre os quais, dois são discutidos, que foram: a ideia de Logaritmo e suas propriedades e a Proporcionalidade, que são elementos potencialmente didáticos no âmbito de uma interface entre a história e o ensino de matemática. A partir disso, o passo seguinte é a produção de uma atividade para a educação básica que envolva essas potencialidades didáticas discutidas no capítulo.

O **sexto capítulo** intitulado *"O documento Chronographia, Reportorio dos Tempos... (1603) e o instrumento balhestilha: a incorporação de alguns conhecimentos matemáticos que podem ser mobilizados na fabricação e no uso desse instrumento"* apresenta um estudo sobre o tratado Chronographia, Reportorio dos Tempos..., publicado em 1603, por Manoel de Figueiredo (1568 – 1622), em Lisboa e o instrumento balhestilha ou radio astronômico, assim denominado pelo autor.

Na sequência é exposto alguns conhecimentos matemáticos que emergiram a partir da conversa entre o texto que apresenta a fabricação e o uso da balhestilha e o instrumento fisicamente construído. E por fim, por meio de um curso de extensão universitária voltado para a formação de professores que ensinam matemática, pode-se destacar alguns elementos potencialmente didáticos para o uso da balhestilha em sala de aula, como a geração de discussões em torno do caminhado trilhado para a padronização das unidades de medidas.

O sétimo **capítulo** intitulado *"Uma interface entre história e ensino da matemática a luz do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes"*, é apresentado a interface construída com o instrumento jacente no plano contido no tratado *De arte atque ratione navigandi* (1573) de Pedro Nunes (1502-1578).

Inicialmente é exposto alguns elementos preliminares da interface em questão, para posteriormente descrever informações de caráter contextual, historiográfico e epistemológico sobre o instrumento, como forma de apresentar o contexto com o qual as ideias estão inseridas. Focando no uso do instrumento, a partir de um curso de extensão universitária voltado a formação inicial de professores, são apresentadas algumas informações sobre a necessidade de posicionar a tábua do instrumento paralela ao plano do horizonte, as quais possam indicar algumas potencialidades didáticas do jacente no plano.

Dessa forma, é apresentado aqui uma primeira visão sobre como os pesquisadores do GPEHM entendem e concebem a construção de uma interface entre história e ensino de matemática, de forma a proporcionar contribuição positiva na formação dos profissionais da educação matemática, que queiram estudar essa nova vertente historiográfica.

Ana Carolina Costa Pereira

SUMÁRIO

PARTE 1

HISTÓRIA E CONCEPÇÃO DE PESQUISA NO GPEHM

CAPÍTULO 1

CONHECENDO A HISTÓRIA DO GPEHM E SUA CONTRIBUIÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CEARÁ

Ana Carolina Costa Pereira

Indícios da inserção da história da matemática

Pesquisas brasileiras que envolvem a história da matemática atrelada ao ensino começou a ser bastante visualizada a partir do I Seminário Nacional de História da Matemática, realizado nos dias 9 a 12 de abril de 1995, em Recife (PE) e da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática, fundada em 30 de março de 1999. Entretanto, no Ceará, não conseguimos encontrar evidências de um período que as pesquisas sobre as relações entre história e ensino de matemática adentraram ao estado.

Na década de 90, o Prof. Marcus Fabius Lima Ferreira[1] de nome artístico, Fabius Bonnet, natural de Sobral no Ceará, buscou no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PGEM) da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP/RC), realizar um sonho "relacionar a história com o ensino" (FERREIRA, 2019, p. 182). Nesse período os Programas de Pós-graduação que realizavam estudos na área da educação matemática eram escassos no Brasil, principalmente os vinculados com uma linha de pesquisa que relacionasse a história da matemática ao ensino.

1 Atualmente o Prof. Me. Marcus Fabius Lima Ferreira é docente assistente VII do Curso de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), em Sobral; coordenador regional da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP-CE).

Em 1994, Ferreira (2019) defendeu a dissertação intitulada *História da matemática x ensino da matemática*. No texto, ele faz um resumo dos procedimentos didáticos que utilizava em sua sala de aula. Com o intuito de delimitar um problema didático, o qual findou em recordações das descobertas de fórmulas e de erros frequentes de alunos, ele estudou alguns tópicos como potências, números negativos, produtos notáveis tentando relacionar com a história da matemática[2]. Essa formação acarretou na vinda, para o Ceará, da história da matemática sob uma perspectiva voltada para o ensino de matemática.

Nos anos 2000, com um intuito próximo ao de Ferreira (2019), integrar a história ao ensino de matemática, a Profa. Ana Carolina Costa Pereira[3] adentrou no mesmo programa, defendendo em 2005 a dissertação intitulada, Teorema de Thales: uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de Matemática. Nessa pesquisa, Pereira (2005, p. V) "visou a investigar livros didáticos de Matemática editados entre a última metade do século XIX e o século XX, no que diz respeito ao conteúdo dos corpos numéricos, focalizando a extensão do corpo dos números racionais para os reais". Em 2006, complementou sua formação com o doutoramento no Programa de Pós-Graduação em Educação, na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), defendendo em 2010, a tese intitulada, A obra "*de Triangulis Omnimodis Libri Quinque*" de Johann Müller Regiomontanus (1436 – 1476): uma contribuição para o desenvolvimento da Trigonometria. Nesse trabalho, Pereira (2010) realiza uma pesquisa histórica mais profunda, no qual apresenta a tradução, a descrição e a análise de alguns aspectos da obra *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque*, de Johann Müller,

2 Para um aprofundamento maior sobre os assuntos discutidos na dissertação e a trajetória do autor, consultar Ferreira (2019).

3 Atualmente a Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira é docente adjunta e vice coordenadora do curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

o Regiomontanus (1436 – 1476), escritas por volta de 1464 e publicada postumamente em 1533.

Após o retorno desses professores ao Ceará, proliferou mais discussões sobre a relação entre história e ensino de matemática, principalmente em suas instituições de origem, acarretando assim, a criação de grupos de estudos e pesquisas, assim como publicações e divulgações científicas (palestras, minicursos, oficinas, etc.). Isso findou na criação do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM).

A criação do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática

A constituição de um grupo de pesquisa, na área da educação matemática, vinculado ao curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE) partiu da necessidade de docentes e discentes discutissem as relações entre a história da matemática e a educação matemática no Brasil.

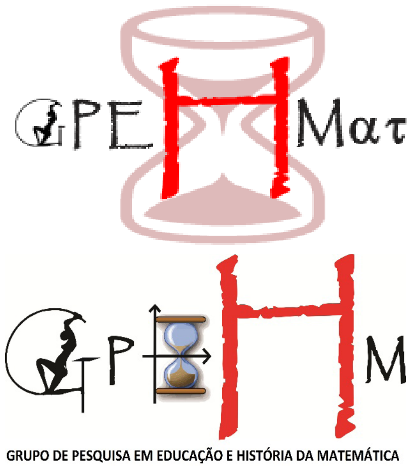
Após a efetivação da docente, Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, no colegiado do curso de licenciatura em matemática em 1° de junho de 2013, iniciaram reuniões sobre a possível criação de um grupo que abarcasse pesquisas que estavam sendo desenvolvidas no Laboratório de Matemática e Ensino (LABMATEN) e que pudessem ser consolidadas por meio de projetos e bolsas de pesquisa (iniciação científica), ensino (monitoria) e extensão.

Em agosto de 2013, foi realizada uma reunião no LABMATEN com os discentes e bolsistas Isabelle Coelho da Silva, Josenildo Silva do Nascimento, Marcos Rodrigo da Conceição Gomes e Mariza dos Santos Arruda e a docente Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, futura líder do GPEHM, para decidir o nome do grupo e um possível logotipo.

Dessa forma, foi decido por nomear o recente grupo de, Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), cujo objetivo principal era realizar pesquisas sobre o desenvolvimento teórico e prático de temas ligados a História da Matemática e a Educação Matemática, principalmente incentivando a sua incorporação como estratégia na formação de professores de Matemática e na Educação Básica.

O logotipo do GPEHM foi criado com o intuito do grupo ter uma identidade gráfica, cujo designer foi feito pelo discente Marcos Rodrigo da Conceição Gomes, no início de setembro de 2013, no qual apresentou duas versões (figura 1). Dois elementos fazem parte do logotipo: a estátua de Iracema, um dos símbolos que representa nosso Ceará, a ampulheta, que nos remete ao tempo e a história.

Figura 1 – Identidade gráfica do GPEHM, a esquerda o atual logotipo.



Fonte: Arquivo da autora.

Em 19 de outubro de 2013, foi criado o e-mail do grupo, ainda não institucional[4], um blog[5] e um canal do youtube[6] como forma de divulgar as atividades desenvolvidas pelo GPEHM. No dia 5 de outubro de 2013, foi criado um grupo de discussão na plataforma do facebook[7], administrado pela líder do GPEHM. Somente em 26 de abril de 2014, foi criado uma página de facebook para o grupo[8]. O Instagram do GPEHM[9], meio muito utilizado para a divulgação, foi criado dia 20 de outubro de 2016.

Em outubro de 2013, foi submetido a Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa um projeto de criação do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática vinculado ao Centro de Ciências Tecnológica - CCT e a Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE. O GPEHM continuava com a intencionalidade de discutir e divulgar pesquisas ligadas a História da Matemática, Educação e formação de professores no Ceará.

Seis linhas de atuação foram criadas, a saber: História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática; História da Matemática e sua Incorporação em Sala de Aula; História da Educação Matemática no Brasil; História de Conteúdos Matemáticos; História da Matemática e sua relação com a Educação Matemática; e Recursos e Materiais Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática, no qual todas as pesquisas desenvolvidas no GPEHM estão vinculadas a elas.

4 O domínio do primeiro e-mail do grupo foi gpehmat@gmail.com. Em 24 de novembro de 2016, foi vinculado o e-mail a instituição, passando a ser utulizado o gpehm@uece.br.

5 O blog foi criado no dia 9 de novembro de 2013, cujo endreço é https://gpehm.blogspot.com.

6 O Canal do youtube foi criado em 9 de novembro de 2013 com o intuito de divulgar a gravação de palestras, mesas-redondas e oficinas de pesquisadores renomados na área. Seu primeiro vídeo foi postado dia 7 de dezembro de 2019 referente a uma palestra ministrada pela Profa Ms. Daniele Esteves Pereira, intitulada "Leonhard Euler, um mestre do século XVIII à atualidade" marcando o início das atividades do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). Endereço:

7 Endereço do grupo de discussão no facebook do GPEHM: https://www.facebook.com/groups/172321292963121/

8 Endereço do facebook do Gphem: https://www.facebook.com/gpehmat

9 Instagram: @gpehm

O GPEHM foi cadastrado no Diretório de Grupos de Pesquisa no Brasil, na Plataforma Lattes do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) no dia 24 de junho de 2014. Os pesquisadores vinculados na época da criação eram: Prof. Dr. João Pereira Marques (UECE), Prof. Dr. Francisco Regis Vieira Alves (IFCE), Prof. Me. Cleiton Batista Vasconcelos (UECE), Profa. Ma. D'Arc de Oliveira Passos (UECE) e Prof. Esp. Eugeniano Brito Martins (SEDUC-CE). E os estudantes que foram cadastrados eram: o mestrando Paulo Gonçalo Farias Gonçalves, e os bolsistas de graduação Allan Sergio Modesto da Silva, Marcos Rodrigo da Conceição Gomes e Josenildo Silva do Nascimento.

Durante a implantação do GPEHM no Diretório de Grupos de Pesquisa no Brasil não foi cadastrado um vice-líder, somente em 2018, que a Profa. Isabelle Coelho da Silva assumiu esse cargo, ficando até meados de 2019. A partir de agosto de 2019, a vice-líder do GPEHM é a Profa. Ma. Antonia Naiara de Sousa Batista.

Dentre as ações iniciais do GPEHM, estava a institucionalização das reuniões do grupo, que aconteciam de 15 em 15 dias às terças-feiras, no AB Tarde no LABMATEN, ao lado da GPEHM, com professores e alunos/bolsistas da graduação. Também foi pensando em uma revista que divulgasse as pesquisas desenvolvidas no Ceará e no Nordeste, sobre o tema história e suas relações com a Educação Matemática.

Em abril de 2014, foi publicada o primeiro número (figura 2), impresso, do Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM). Segundo Pereira (2014b, p. 1) "A ideia desta publicação surgiu a partir das conversas entre estudantes e professores sobre a necessidade de criarmos algum veículo que ajudasse a propagar experiências dentro e fora do contexto das Universidades no Estado do Ceará". O BOCEHM era uma publicação quadrimestral de forma impressa e gratuita, mas em agosto de 2015, como forma de ampliar sua divulgação nacionalmente, tornou-se uma revista eletrônica, no portal de periódicos da UECE[10].

Figura 2 – Capa da primeira edição do GPEHM.

BOCEHM

BOLETIM CEARENSE DE EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Ano 1, Número 1, Jan./abr. de 2014 — **ISSN:** 2357-8661

EXPEDIENTE

Universidade Estadual do Ceará
Reitor: José Jackson Coelho Sampaio
Vice-Reitor: Hidelbrando dos Santos Soares
Diretor da EDUECE: Erasmo Miessa Ruiz
Revisão: Airles Lisboa

EDITORA RESPONSÁVEL

Ana Carolina Costa Pereira

COMITÊ EDITORIAL

Eugeniano Brito Martins
Francisco Regis Vieira Alves
Jeanne D'Arc de Oliveira Passos

COMISSÃO CIENTÍFICA

Cleiton Batista Vasconcelos (UECE)
Giselle Costa de Sousa (UFRN)
Iran Abreu Mendes (UFRN)
João Cláudio Brandenberg Quaresma - (UFPA)
João Lucas Marques Barbosa (UFC)
Rosalba Lopes de Oliveira (Kennedy)

SUMÁRIO

Editorial 01
Entrevista 02
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma ....
Matemático do quadrimestre 03
Artigo
Ponderações sobre o uso da História da Matemática: o jogo dos sinais, Giselle Costa de Sousa 04
Artigo
Programas de ensino da disciplina de História da Matemática: Analisando o currículo na formação inicial do professor de matemática da UECE, Ana Carolina Costa Pereira.. 07
Relato de Experiência
História da Matemática modificando a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, Eugeniano Brito Martins 09
Resenha
Guia Mangá de Cálculo Diferencial e Integral, Willime da Silva 11
Tirinha 12
Próximos Eventos 12

EDITORIAL

Caros estudantes e professores da comunidade de educadores **matemáticos,**

É com entusiasmo e expectativa que damos início à publicação do primeiro número, Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM), elaborado por estudantes, professores e pesquisadores que estudam a História da Matemática e sua relação com a Educação Matemática.

A ideia desta publicação surgiu a partir das conversas entre estudantes e professores sobre a necessidade de criarmos algum veículo que ajudasse a propagar experiências dentro e fora do contexto das Universidades no Estado do Ceará.

O BOCEHM pretende ser uma publicação quadrimestral de forma impressa e aberta à colaboração de todos aqueles que atuam na área de Educação e História da Matemática e que desejam participar deste processo de divulgação.

Agradecemos, desde já, as críticas e sugestões que serão, evidentemente, bem-vindas. Ao mesmo tempo, fazemos votos que este primeiro número permita antever uma história de sucesso e sirva de incentivo para uma Educação Matemática de qualidade.

Ana Carolina Costa Pereira
Fortaleza, janeiro de 2014

BOCEHM, Fortaleza (CE), Ano 01, n. 01, Jan.-Abri., 2014 1

Fonte: Capa do BOCEHM (PEREIRA, 2014)

10 https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/

Em agosto de 2014, o GPEHM promove a I Jornada de Estudos do GPEHM (figura 3), como uma iniciativa discutir as pesquisas e suscitar discussões sobre as relações entre Educação Matemática e História da Matemática. Esse evento tinha o intuito de conhecer, ampliar e aperfeiçoar os estudos que envolvem pesquisa na área de Educação Matemática no Ceará, em particular da UECE, apresentando e discutindo o desenvolvimento dos projetos de pesquisa. Hoje, já está na 10ª edição (fevereiro de 2020), tendo duas jornadas anuais, uma em fevereiro e outra em agosto de cada ano.

Figura 3 – Participantes da I Jornada de Estudos do GPEHM.

Fonte: Arquivo da autora.

A Jornada de Estudos do GPEHM destina-se, prioritariamente, aos participantes do GPEHM e alunos vinculados à pesquisa na UECE que tenham a estudos acadêmicos desenvolvidos na área da Educação e História da Matemática.

Como forma de ampliar a divulgação das pesquisas em história da matemática no estado do Ceará, foi pensado em um evento regional organizado pelo GPEHM, o Seminário Cearense de História da Matemática (SCHM). A primeira edição aconteceu nos dias 14 e 15 de abril de 2014 nas dependências da UECE, no campus do Itaperi, com 210 inscritos. O evento acontece em anos pares, na segunda-feira após o domingo de Ramos, início da Semana Santa. Em 2020 acontecerá a quarta edição, no IFCE, Campus Canindé.

O SCHM tem o intuito de promover e propagar pesquisas em História da Matemática desenvolvidas por pesquisadores, professores e alunos ligados a essa temática, assim como suas relações com a Educação Matemática. O propósito inicial era proporcionar um debate entre alunos, professores e pesquisadores do estado do Ceará, sobretudo no que se refere como, por que e para que realizar pesquisas na área da História da Matemática, visando contribuir para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática da região.

Outra ação que o GPEHM desenvolve desde 2013, é a parceria com a Pró-reitoria de Extensão da UECE, ofertando cursos de extensão universitária para a comunidade Ueceana e interessados externos. Esses cursos visam uma complementação na formação inicial e continuada do professor de matemática no que se refere a recursos didáticos advindos da história da matemática.

O primeiro curso foi ministrado em setembro e outubro de 2013, intitulado, Utilizando História da Matemática em Sala de Aula: Equações do 1º e 2º grau, com carga-horária de 20 h/a, coordenado pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira e os discentes/bolsistas Isabelle Coelho da Silva, Josenildo Silva do Nascimento e Marcos Rodrigo da Conceição Gomes. Outros cursos de extensão foram realizados nos anos seguintes, podendo ser visualizados no quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Curso de Extensão Universitária vinculados ao GPEHM (2013 a 2017)

CURSO	DISCENTES/BOLSISTAS	ANO
A utilização de quadrinhos como recurso didático nas aulas de matemática	Karoliny Lima Tavares Beatriz Maria Pereira Maia	2014
A régua de cálculo como recurso didático nas aulas de Matemática	Paulo Henrique Souza Fonseca	2014
O uso de artefatos históricos para a exploração dos conceitos matemáticos: a balestilha como instrumento de medição	Antonia Naiara de Sousa Batista	2014
Utilizando a interfase dos quadrinhos para estudar história da matemática	Laura Andrade Santiago Wendy Mesquita de Morais	2015
Estudando o processo de multiplicação em diferentes culturas por meio da história da matemática	Ana Carolina Costa Pereiar	2015
Descobrindo a matemática dos instrumentos tábua da índia e quadrante para o ensino	Hanna Marry Viana Bezerra Ana Carolina Costa Pereira	2015
Práticas matemáticas históricas por meio de ubp como um recurso metodológico para as aulas de matemática	Marina Oliveira Tavares Francisco Bruno Nascimento da Rocha	2016
O uso de artefatos históricos para o estudo de matemática: a régua de cálculo circular como instrumento mediador no ensino dos logaritmos	Verusca Batista Alves Hosana de Fátima Melo da Silva	2016
Estudando fontes históricas brasileiras para o ensino de matemática por meio de sequencias didáticas na obra *al karismi*	Jeyze Santos de Sousa	2017
O uso pedagógico de Objetos de Aprendizagem no ensino de Matemática	Gisele Pereira Oliveira	2017

Fonte: Elaborado pela autora.

Em 2018, a lider do GPEHM se afastou para fazer o pós-doutorado na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP) sob a supervisão do Prof. Dr. Fumikazu Saito, deixando as atividades do grupo sob os cuidados da vice-líder Isabelle Coelho da Silva, na época ela era aluna do curso de mestrado do Programa de Pós-graduação em ensino de ciências e matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE).

Nesse período foi instituído o Programa de Formação Docente do GPEHM (PFD/GPEHM) que tem o intuito de desenvolver um conjunto de ações e produções a partir da incorporação da história da matemática no ensino voltado principalmente para a formação do professor que ensina matemática em todas a suas instância, ensino fundamental, médio e superior.

O PFD/GPEHM possui, a partir de 2018, um projeto guarda-chuva que foi institucionalidado na Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa da UECE, no qual desenvolve uma proposta didático-pedagógica voltada para o ensino de conceitos matemáticos na formação de professores, a partir da construção de interfaces que articula a história e o ensino da matemática por meio de documentos históricos e antigos instrumentos matemáticos. A partir desse projeto, alguns cursos de extensão universitária foram planejados e ministrados em 2018 e 2019 com o foco na formação do professor de matemática. O quadro 2 representa os cursos ofertados nesse período.

Quadro 2 - Curso de Extensão Universitária promovidos pelo PFD do GPEHM

NOME DO CURSO	DOCENTE	ANO
Explorando alguns aspectos do conhecimento matemático incorporado no báculo de Petrus Ramus: construção e aplicações planas	Ana Carolina Costa Pereira	2018
Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da *balhestilha*, inserida na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de 1603.	Antonia Naiara de Sousa Batista	2018
Manipulando as "barras de calcular" descritas por John Napier (1617) para o estudo de conhecimentos aritméticos	Eugeniano Brito Martins	2018
O manuseio do Ábaco de Gerbert para os casos da divisão dos números	Suziê Maria de Albuquerque	2018
Estudando os conhecimentos matemáticos incorporados no manuseio dos círculos de proporção de William Oughtred	Verusca Batista Alves	2019
Mobilizando conhecimentos matemáticos na (re)construção do instrumento *jacente no plano* de Pedro Nunes	Francisco Wagner Soares Oliveira	2019

Fonte: Elaborado pela autora.

Na trajetoria desses seis anos algumas concepções mudaram. Uma reorganização foi feita, principalmente no que se refere as reuniões de grupo. Em 2019, foi criada as reuniões do GPEHM Junior e do GPEHM Avançado.

O GPEHM Junior é destinado a membros do grupo que estão inciando na pesquisa acadêmica, principalmente no campo da Educação Matemática. As reuniões são coordenadas por dois discentes de mestrado e/ou doutorado e acontecem semanalmente, às terças-feiras, no horário de 17:00 as 18:30 no LABMATEN.

Já o GPEHM Avançado é destinado a integrantes que já possuem uma base teórica sobre as discussões desenvolvidas no grupo. Ele é uma parceria com dois outros grupos, o Grupo de História e Epistemologia na Educação Matemática (HEE-

Ma) da PUCSP que tem como líder o Prof. Dr. Fumikazu Saito, e o Núcleo de Pesquisa em História e Educação Matemática (NUPHEM) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRN) coordenado pela Profa. Dra. Bernadete Morey. As reuniões acontecem online, às quartas-feiras, semanalmente, no horário de 17:30 as 19:00 no LABMATEN.

Por fim, dentre diversas ações que são realizadas pelo GPEHM, em 2019, o grupo sediou e organizou o XIII Seminário Nacional de História da Matemática no período de 14 a 17 de abril de 2019 na Universidade Estadual do Ceará (UECE), Campus Itaperi.

Concepções teóricas no GPEHM: construindo interface entre história e ensino de matemática

A consolidação de um grupo de pesquisa está relacionada com as ações e as produções desenvolvidas pelos membros, no que tange a disseminação de trabalhos acadêmicos que contribuem para a área no qual está inserido. O GPEHM, a partir de 2016, vem estudando a construção de interfaces entre história e ensino de matemática, partindo de uma abordagem historiográfica atualizada.

Essa ideia advém da aproximação do GPEHM com o HEEMa/PUCSP que é um dos primeiros grupos de pesquisa, que se tem notícia, que discute amplamente essa temática[11], resultando em diversas publicações. Criado em agosto de 2008 e coordenado pelo Prof. Fumikazu Saito (PUC/SP) e pela Profa. Dra. Marisa da Silva Dias (UNESP-Bauru) tem se preocupado em discutir sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, aprofundando

11 Os estudos do HEEMa utilizam as tendências historiográficas atualizadas para a construção da interface entre história da matemática e ensino, diferindo de outros grupos que realizam pesquisas cujo tema principal é a incorporação da história no ensino, entretanto direcionadas a vertentes tradicionais.

> o diálogo entre historiadores e educadores matemáticos para desta forma propiciar a construção de interfaces entre história e ensino embasada nas novas tendências historiográficas e metodológicas que buscam na escrita da história não somente os resultados e sim o processo do qual emergiram (CASTILLO; SAITO, 2014, p.8).

Um ponto forte das pesquisas desenvolvidas pelos membros do HEEMa é a construção de interfaces entre história da matemática e ensino de matemática, a partir de instrumentos matemáticos do século XVI e XVII[12].

Para os líderes do HEEMa, a interface se define como "o conjunto de ações e produções que promovem a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática" (SAITO; DIAS, 2013, p. 92).

Na concepção de Saito e Dias (2013) a construção de uma interface, perpassa por um diálogo entre o historiador da matemática e o educador matemático como forma de estabelecer conexões que resultem na escolha de um documento histórico para o estudo. A partir desse documento, é realizado dois movimentos, não ordenados, a saber: movimento com o qual as ideias estão inseridas e o movimento do pensamento na formação do conceito matemático. No primeiro é estudado, a partir do documento, os aspectos contextuais, historiográficos e epistemológicos no qual o conhecimento foi desenvolvido. Já o segundo movimento,

> tem por pressuposto o objeto matemático em formação, permite que a formação de ideias componha a lógica do movimento do pensamento. Contudo, para que o lógico não prevaleça sobre o epistemológico e os fundamentos da matemática sobre a própria matemática e suas

12 Para maiores detalhes vide, Pereira e Saito (2018a).

> aplicações, prima-se na construção da interface a busca pelo contexto de formação desses objetos, evitando-se anacronismos e a sobreposição de temas históricas aos propósitos do ensino. (PEREIRA; SAITO, 2018a, p. 4).

A partir desses movimentos, começam a surgir determinadas temas relacionados a didática, a pedagógica, a epistemologia e as matemáticas (conceituais) que podem se revelar potencialmente didáticas e/ou pedagógicas (PEREIRA; SAITO, 2018a). Esses temas, uma vez orientados, desenvolvem ações que possibilitem elaborar atividades para a formação do professor de matemática, direcionado ao ensino de matemática, sem sobrepor temas históricos. Essa atividade resultante da interface, "busca refletir o processo da produção do conhecimento que, dependendo da intencionalidade do educador, poderá ser orientada para diferentes propostas de ensino" (SAITO, DIAS, 2013, p. 101). Para a elaboração das atividades, Saito e Dias (2013) propõem a organização em três etapas inter-relacionadas: 1) o tratamento didático do documento; 2) a intencionalidade e plano de ação; e 3) o desenvolvimento[13].

Pereira e Saito (2019a, p. 378) ressaltam que "antes dar início à organização das atividades, cumprindo as três etapas mencionadas, é preciso realizar um estudo preliminar do texto histórico que se pretende utilizar". No GPEHM, a maioria dos documentos utilizados nas pesquisas, contém instrumentos matemáticos fabricados e utilizados no decorrer da história. Entretanto, outros estudos que emergem da interface entre história e ensino da matemática também podem ser encontrados nas pesquisas desenvolvidas no grupo. Sua apresentação será descrita a seguir.

13 Para maiores informações sobre estudos sobre a interface entre história e ensino da matemática, consulte estudos de Saito (2016); Saito e Dias (2013); Moraes (2017); Pereira e Saito (2018a, 2018b, 2019a).

Pesquisas desenvolvidas pelo GPEHM

A História da Matemática no Ceará está fortemente ligada à História da Educação Matemática no Brasil, pois, independente do conhecimento matemático produzido, ele, possivelmente, estará atrelado a questões educacionais. Segundo Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 176)

> uma outra razão para tal vinculação diz respeito ao fato de que, para se investigar a história do movimento de Educação Matemática no Brasil, também deve ser levado em consideração o fato de que, juntamente com as questões educacionais, protagonistas deste movimento, sejam eles instituições ou indivíduos, tiveram participações essenciais para o desenvolvimento científico da Matemática no país.

Dessa forma, o GPEHM segue essa mesma linha, embora seja necessário pesquisa de História da Matemática considerada “pura” que envolve traduções de textos antigos, estudo contextual, historiográfico e epistemológico de documentos, a relação com a educação matemática é extremamente importante nos estudos do grupo. Ressaltamos ainda que o grupo desenvolve pesquisas com objetos fora do escopo da História da matemática, como o uso do vídeo e do Objeto de Aprendizagem (OA) para o ensino da matemática, entretanto, ambos estão vinculados com a área de história da matemática.

Partindo disso, o grupo atua basicamente com a História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática, com três frentes de investigação até então: história em quadrinho na formação de professores de matemática, documentos históricos e sua inserção no ensino de Matemática e Instrumentos Matemáticos antigos. Na maioria desses “projetos” desenvolve pesquisa seguindo as ideias da historiografia atualizada e da construção de interfaces entre história e ensino de matemática.

A primeira está relacionada com a *história em quadrinho na formação de professores de matemática.* Essa linha de investigação estuda a inserção da história em quadrinho no ensino da matemática como um recurso didático. Dentre as formas de inserção desse recurso podemos contabilizar pelo menos quatro delas: a construção de quadrinhos com os alunos, a própria confecção do quadrinho pelo professor, utilizar quadrinhos expostos nas mídias ou utilizar quadrinhos confeccionados para o fim educacional.[14]

Nesse projeto de pesquisa, enfocamos além da produção de tirinhas para o estudo de conceitos matemáticos na formação de professores de matemática, a sua vinculação com episódios advindos da história da matemática como forma de propor sequências de atividades de fatos históricos. Compreendemos que um episódio é um fato que conta uma descoberta da matemática em uma extensão menor, podendo ser uma história ou estória, verdade ou ficção, que mostre um momento em que a sociedade teve ideias que deram forma a nossa cultura e ao desenvolvimento. Dessa forma, vincular a Matemática com acontecimentos que foram importantes no decorrer de sua história pode torná-la mais viva, que não se limita a um sistema de regras e verdades rígidas, mas é algo humano e envolvente. Alguns estudos já foram desenvolvidos nessa linha, tais como, os de Pereira (2010, 2013, 2014a, 2016); Pereira, Sousa e Sales (2011); Pereira, Santiago e Morais (2015); e Santiago, Morais, Pereira (2015).

A segunda é o estudo dos *documentos históricos e sua inserção no ensino de Matemática.* Essa outra vertente de investigação do GPEHM que estuda a tradução, a descrição e a análise de

14 Ver mais detalhes dessas inserções em Pereira (2014).

documentos históricos (excertos, capítulos, etc) de matemática que foram escritos no decorrer da história. Seu intuito é disponibilizar um acervo aos educadores matemáticos para que possam utiliza-lo em sala de aula. Alguns dos documentos estudados pelo GPEHM já foram utilizados suas versões em português, outros são feitas traduções[15].

Muitas pesquisas aqui desenvolvidas atrelam o estudo do documento com sua inserção em sala de aula, principalmente na formação inicial de professores. O GPEHM desenvolve pesquisas utilizando alguns documentos, tais como:

- A Revista Al-karismi (1946-1951) de Júlio César de Mello e Souza (1895 – 1974), conhecido como Malba Tahan;
- O Tratado, *Ludi rerum mathematicarum* (Matemática Lúdica), publicado por volta de 1452 de Leon Battista Alberti (1404 1472);
- O tratado chinês, *Jiuzhang suanshu* ou Nove capítulos sobre a arte matemática, supostamente escrito por Liu Hui (~II E.C.).
- Os Problemas do Papiro de Rhind;
- O tratado italiano, *De Divina Proportione* (1509), de Luca Pacioli (1447 - 1517).

O estudo desses documentos está vinculado a interface entre história e ensino de matemática proposta pelo Prof. Fumikazu Saito e discutido anteriormente. Entretanto, não possuem instrumentos matemáticos inseridos nos textos. Dentre os estudos já realizados pelo GPEHM, podemos citar os de Pereira et al (2015), Tavares e Pereira (2017), Silva, Silva e Pereira (2018), Silva, Nascimento e Pereira (2018), Silva e Pereira (2016), Pereira e Tavares (2016), Sousa, Pereira e Silva (2019), Silva e Pereira (2019), entre outros.

15 Para maiores detalhes sobre o conceito de documento histórico na concepção do GPEHM, vide Silva (2018).

A terceira linha de investigação é o estudo de *Instrumentos Matemáticos antigos* ligados a agrimensura, a náutica e a astronomia. O estudo histórico desses antigos instrumentos matemáticos levanta interessantes questões epistemológicas e matemáticas que podem ser exploradas pelo docente para a elaboração de propostas e atividades voltadas ao ensino de matemática. Seu uso pode levar o discente a compreender não só o processo da produção do saber, mas também da formulação de conceitos matemáticos. Dentre os instrumentos matemáticos estudado pelo GPEHM podemos destacar:

- Balhestilha contida no tratado *Chronographia Reportorio dos tempos (1603)*, de Manoel de Figueiredo (1568-1622).
- Régua de Cálculo Circular ou Círculos de Proporção contido na obra *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1633), de William Oughtred (1574-1660)
- Jacente no Plano contida na obra *De arte atque ratione navigandi* (1573) de Pedro Nunes (1502-1578).
- Ábaco contido no *Traité de Gerbert* de Gerbert de Aurilac (946-1003), escrito em torno do ano de 976, na versão publicada em 1843
- Barras de Calcular contido no *Rabdologiae* (1617) de John Napier (1550-1617).
- Báculo de Petrus Ramus (1515 – 1572) contido no tratado, *Via regia ad geometriam – The Way of Geometry*, publicado em 1636.
- Quadrante geométrico contido no tratado *Libros del saber de Astronomía* compilado pelo Rei D. Afonso X de Cartilha (1221 - 1284), escrita entre 1276 e 1279.

Esse projeto possui o maior número de pesquisas por parte dos pesquisadores e estudantes do GPEHM. Cinco dissertações foram defendidas envolvendo instrumentos matemáticos, e diversos livros, artigos em revistas e anais de eventos, dentre os que já foram publicados podemos citar as dissertações de Batista (2018) e Martins (2019), e alguns artigos como Pereira e Saito (2019a e 2019b, 2018b), Saito e Pereira (2019), Pereira (2015), Oliveira e Pereira (2019), Martins, Pereira e Fonseca (2016), Albuquerque e Pereira (2018a, 2018b), Alves e Pereira (2018a, 2018b, 2018c, 2019), Pereira, Batista e Silva (2017), Batista e Pereira (2018) Pereira e Martins (2017), entre outros.

Dessa forma, o GPEHM ainda é um grupo que está se consolidando na pesquisa da área da educação matemática e sua relação com a história da matemática não só no Ceará, mas também no Brasil. Alguns estudos ainda estão em desenvolvimento, principalmente vinculado a construção de interfaces entre história e ensino de matemática com ou sem a incorporação de instrumentos matemáticos. Também está sendo aprofundado a investigação do uso da história da matemática e Tecnologias de Informação e da Comunicação (TIC), assim como possíveis teorias (Teoria da Objetivação e a Teoria da Atividade) e metodologias que podem ajudar na implementação das propostas didáticas em sala de aula na formação do inicial e continuada do professor que ensina matemática.

Referências

ALBUQUERQUE, S. M.; PEREIRA, A. C. C. Uma análise preliminar do documento histórico regula de *Abaco Computi* de autoria do matemático Gerbert de Aurilac (976 d.C). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática.** Fortaleza (CE): EDUECE, v. 5, p. 16-26, 2018a.

ALBUQUERQUE, S. M.; PEREIRA, A. C. C. A divisão de unidades pelo método da diferença: uma proposta de uso do ábaco de Gerbert (976). **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 7, p. 73-88, 2018b.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. O instrumento "círculos de proporção" exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 89-108, 2018a.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. Breve análise da obra *The Description and use of the Double Horizontall Dyall* (1632) de William Oughtred. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**. Fortaleza (CE): EDUECE, v. 5, p. 64-74, 2018b.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. O instrumento, círculos de proporção, exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 7, p. 89-108, 2018c.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. Algumas considerações sobre a incorporação da Régua de cálculo circular na formação inicial de Professores de matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 61, p. 67-82, jan./mar. 2019.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo C. **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, p. 164-185, 2004.

BATISTA, A. N. de S.; PEREIRA, A. C. C. Uma mostra geral de aspectos inseridos na obra Chronographia, Reportorio dos Tempos... (1603). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**. Fortaleza (CE): EDUECE, v. 5, p. 75-84, 2018.

BATISTA, A. N. S. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos...,** aplicado na formação de professores. 2018. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Reflexões iniciais na esfera contextual do papel dos instrumentos matemáticos do século XVI. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 3, n. 2, pp.7-22, 2014.

FERREIRA, M. F. L. **Matemática:** o MDC de uma vida. 1. ed. SOBRAL: Sobral Gráfica, 2019.

MARTINS, E. B. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John Napier descritas no tratado Rabdologiae de 1617.** 2019. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

MARTINS, E. B.; PEREIRA, A. C. C.; FONSECA, P. H. S. Redescobrindo o conceito de logaritmo por meio da construção da régua de cálculo linear. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica,** v. 3, p. 47-65, 2016.

MORAES, M. de S. **Setor trigonal**: Contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional) – UNESP, Bauru, 2017.

OLIVEIRA, F. W. S.; PEREIRA, A. C. C. Elementos iniciais da relação entre o instrumento de Pedro Nunes, jacente no plano, e o cálculo da latitude no século XVI. **História da Ciência e Ensino:** Construindo Interfaces, v. 19, p. 39-53, 2019.

PEREIRA, A. C. C. **A Obra "De Triangulis Omnimodis Libri Quinque" de Johann Müller Regiomontanus (1436 – 1476):** uma contribuição para o desenvolvimento da Trigonometria. 2010. 329 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

PEREIRA, A. C. C. **Teorema de Thales:** uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em Alguns livros didáticos de Matemática. 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005

PEREIRA, A. C. C. O uso de quadrinhos no ensino de matemática: um ensaio com alunos de licenciatura em matemática na UECE. In

X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais....** Salvador: SBEM, p. 1-9, 2010.

PEREIRA, A. C. C. Discutindo o uso de quadrinhos no ensino de análise combinatória. In VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. **Anais....** Montevidéu: Sociedade de Educação Matemática Uruguaia, p. 5823-5830, 2013.

PEREIRA, A. C. C. **A utilização de quadrinhos no ensino da matemática**. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa (Org.). Educação Matemática no Ceará: os caminhos trilhados e as perspectivas. Fortaleza: Premius, 2014a, p. 28-39.

PEREIRA. A. C. C. Editorial. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática.** Fortaleza (CE): EDUECE, v. 1, n. 1, Jan.-Abri., 2014b.

PEREIRA, A. C. C. **Aspectos Históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (História da Matemática para o Ensino).

PEREIRA, A. C. C. Utilizando quadrinhos como interface entre matemática e ensino por meio de episódios e sequências didáticas na formação inicial de professores. **Revista Temporis [ação]**, Goiás, v. 16, n. 2, p.308-328, 2016.

PEREIRA, A. C. C., BATISTA, A. N. S., & SILVA, I. C. da. A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra Libros del Saber de Astronomía. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, 12(1), 173-191, 2017.

PEREIRA, A. C. C.; MARTINS, E. B. **O Ensino de Aritmética por Meio de Instrumentos:** uma Abordagem utilizando a obra *Rabdologiae, seu numerationis per virgula*. 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017. v. 1. 98p.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. **Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática**: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: Seminário Cearense de História da Matemática. Anais. Fortaleza: EdUECE, 2018a. p. 1-12.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A organização do saber geométrico em *Via Regia ad Geometriam* (1636) de Petrus Ramus: uma reflexão sobre a definição de ângulo reto e de perpendicular. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 13, n. 27, p.24-38, 2018b.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019a.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, p. 405-432, 2019b.

PEREIRA, A. C. C.; SANTIAGO, L. A.; MORAIS, W. M. de. O uso de episódios históricos no ensino de matemática: uma sequência didática utilizando quadrinhos. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; CEDRO, Wellington Lima. (Orgs.). **Educação matemática**: diferentes contextos, diferentes abordagens. Fortaleza: EdUECE, 2015. p. 89-107.

PEREIRA, A. C. C. et al.. Sobre o uso de fontes na disciplina de História da Matemática: Problema 56 do papiro de Rhind. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 243-257, 2015.

PEREIRA, A. C. C.; TAVARES, M. O. Práticas matemáticas históricas por meio de UBP como um recurso metodológico para as aulas de matemática. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016. v. 1. p. 1-6.

PEREIRA, A. C., SOUSA, F. R. S., & SALES, W. S. Quadrinhos e Tirinhas: uma possibilidade de unir a matemática e a história para o ensino de matemática. In: Seminário Nacional de História da Matemática, 9., **Anais...**. 2011, Aracaju: UFS, 2011.

SAITO, F. História e Ensino de Matemática: Construindo Interfaces. IN: FLORES SALAZAR, J.; UGARTE GUERRA, F. (eds.). **Investigaciones en Educación Matemática.** Lima: PUCP, 2016. p. 253-291.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação,** Bauru, v. 19, n. 1, p.89-111, mar. 2013. Quadrimestral.

SAITO, F.; PEREIRA, A. C. C. **A elaboração de atividades com um antigo instrumento matemático na interface entre história e ensino.** 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2019. v. 1. 88p.

SANTIAGO, L. A.; MORAIS, W. M. de; PEREIRA, A. C. C. Preparando roteiros de atividades utilizando quadrinho com história da matemática para o ensino de conceitos de matemática. In: Seminário Nacional de História da Matemática, 11., **Anais...**. 2015, Natal: UFRN, 2015.

SILVA, I. C. da**. Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática:** buscando critérios na articulação entre história e ensino. 2018. 92f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

SILVA, A. S. da,; PEREIRA, A. C. C. Leonardo da Vinci e Luca Pacioli. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**. Fortaleza (CE): EDUECE, v. 6, p. 71-83, 2019.

SILVA, I. C. da; NASCIMENTO, J. S. do; PEREIRA, A. C. C. Estudando equação do 1o grau por meio do uso de fontes históricas: o papiro de Rhind. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**. Fortaleza (CE): EDUECE, [s.l.], v. 2, n. 6, p.37-48, 31 maio 2018.

SILVA, I. C. da; PEREIRA, A. C. C. Um Estudo sobre a Inserção da História da Matemática na Sala de Aula a Partir de Fontes Históricas: O Problema 56 do Papiro de Rhind. **Conexões - Ciência e Tecnologia**, [s.l.], v. 10, n. 4, p.141-148, 1 dez. 2016. IFCE.

SILVA, I. C. da; SILVA, J. H. da; PEREIRA, A. C. C. Os versos de Lilavati como fonte histórica para o ensino de Matemática: propondo uma prática. **REMAT**, Bento Gonçalves, v. 4, n. 1, p.78-87, ago. 2018.

SOUSA, J. S. ; PEREIRA, A. C. C.; SILVA, I. C. . Uma proposta envolvendo atividades históricas investigativas a partir da revista Al-karismi de Malba Tahan: estudando quadrados mágicos. **Revista Prática Docente (RPD),** 2019 (No prelo).

TAVARES, M. O.; PEREIRA, A. C. C. A UBP e sua inserção no ensino de Matemática: Uma proposta utilizando a obra Matemática Lúdica de Leon Battista Alberti (1404 – 1472). **Boletim Online de Educação Matemática,** [s.l.], v. 5, n. 8, p.21-36, 7 jul. 2017. Universidade do Estado de Santa Catarina.

CAPÍTULO 2

A ARTICULAÇÃO ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DE TEXTOS ORIGINAIS: CONSIDERAÇÕES INICIAIS PARA O EDUCADOR MATEMÁTICO

Isabelle Coelho da Silva

1. Introdução

Articular história e ensino de matemática requer um amplo conhecimento da fundamentação teórica por trás dessas duas áreas e da sua união, pois aquela visa tratar daquilo que as duas têm em comum, não sobrepondo objetos de uma delas. Assim, uma das possibilidades dessa articulação é o interesse pelo conhecimento matemático. Segundo Saito (2016, p. 4), as propostas nessa temática tendem a

> pontuar diferentes vertentes didáticas (e também pedagógicas) que são associadas à história da matemática com vistas a propor novos caminhos de abordagem para o ensino e a aprendizagem de matemática.

Conforme mostrado no capítulo anterior, o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) tem se esforçado em realizar pesquisas que abordem essas duas áreas de conhecimento. Entretanto, desde 2016, o grupo vem buscando renovar seus pressupostos teóricos devido ao conhecimento das diferentes vertentes historiográficas[16], em que se percebeu estar utilizando uma perspectiva tradicional ingenuamente.

16 Um intercâmbio com o grupo de pesquisa História e Epistemologia da Educação Matemática (HEEMa) vem sendo realizado desde então e tem auxiliado no desenvolvimento dessa discussão.

De acordo com a afirmação de D’Ambrósio (2004, p. 166), a “história é o conjunto dos acontecimentos humanos ocorridos no passado, e a historiografia é o conjunto dos registros, interpretações e análises desses acontecimentos”. Nesse sentido, essas historiografias, ou seja, as formas como se escreve a história, dividem-se, basicamente, entre tradicionais e atualizadas. As tradicionais são aquelas com uma visão linear e presentista da história, considerando que o conhecimento evolui continuamente até o que existe hoje. As atualizadas, por outro lado, admitem que existem rupturas nesse processo e que o conhecimento de hoje tem um rigor diferente daquele do passado, em que questões de ensino podem ser mobilizadas através de um movimento do pensamento entre os dois.

Entretanto, mesmo com essa mudança que vem acontecendo nos estudos realizados no GPEHM, alguns dos textos escritos, ainda, apresentam aspectos presentistas em relação à historiografia de base, pois a própria formação desses pesquisadores foi fundamentada nessas concepções. Dessa forma, os esforços do grupo continuam em buscar referências mais atualizadas, para que os próprios integrantes e outros interessados na temática possam ter uma instrução baseada nessa vertente.

Assim, as pesquisas realizadas no GPEHM têm como um de seus objetivos realizar discussões e promover formações para que o educador matemático tenha contato com a articulação entre história da matemática e ensino. Portanto, além da bibliografia que defenda essa questão, também é necessário o conhecimento das vertentes da historiografia e da fundamentação teórica sobre o uso de textos originais.

Nesse sentido, os textos originais são recortes escritos de documentos históricos e que vêm sendo abordados pela literatura da área, tais como Jahnke *et al.* (2000); Furinghetti, Jahnken e Maanen (2006) e Jankvist (2014). Além desses, os estudiosos do GPEHM também destacam a sua importância, o que pode ser visto nos artigos de Albuquerque e Pereira (2018); Alves e Pereira (2018); Batista e Pereira (2018), entre outros.

Com isso, surgiu a necessidade da realização de uma pesquisa que discutisse esses aspectos, com uma escrita voltada para o educador matemático que realiza pesquisas na área. Desse estudo, emergiram alguns critérios para o uso de textos originais, que foram elencados para auxiliar o pesquisador que almeja utilizar esse material.

Logo, este capítulo tem como objetivo apresentar as discussões teóricas que são base para os estudos realizados no GPEHM, que envolvem o uso de textos originais na articulação entre história e ensino de matemática. Para isso, inicialmente, são mostradas as diferentes perspectivas historiográficas que norteiam os estudos históricos, seguidas de um debate sobre o uso dos textos originais, finalizando com a apresentação dos critérios elencados para essa utilização.

2. As diferentes perspectivas historiográficas

Antes de iniciar uma discussão sobre o uso de originais na articulação entre história e ensino de matemática, é necessário que o educador matemático tenha conhecimento das diferentes perspectivas historiográficas. Pode-se dizer que a "historiografia é tão importante quanto a própria história, pois ela define a busca e a interpretação do fato histórico" (D'AMBRÓSIO, 2004, p. 167), ou seja, a forma como a história é narrada.

Essa perspectiva depende da visão do historiador[17], por isso, ele precisa ter conhecimento das possíveis vertentes historiográficas a serem adotadas. Entretanto, Saito (2015) salienta que essa interpretação pode divergir do que já foi habitualmente considerado, devido às novas fontes e abordagens metodológicas que vão surgindo. O au-

17 Em muitas das pesquisas que buscam articular história e ensino de matemática, o educador matemático assume o papel de historiador.

tor também mostra que essas vertentes historiográficas são classificadas como tradicionais e atualizadas, conforme pode ser visto a seguir.

2.1 Vertente historiográfica tradicional

Para uma historiografia tradicional, "[...] o presente é a medida do passado"[18] (FRIED, 2001, p. 395, tradução nossa). Isso significa que ela possui um olhar presentista, isto é, o passado é visto com uma perspectiva do presente. Nesse sentido, os estudos entre história e ensino não explicam o processo de construção do conhecimento, transformando a história em um exercício matemático.

Saito (2015, p. 23) afirma que isso

> faz o historiador 'pinçar' convenientemente no passado somente o que lhe é familiar, deixando de lado outros aspectos do desenvolvimento do conhecimento matemático (que na realidade foram importantes) por serem incompreensíveis.

Assim, o educador que realiza pesquisas em história procura apenas aquilo que já conhece, desconsiderando o que não faz parte das definições atuais pertencentes à matemática e levando a possíveis anacronismos.

Além disso, nessa perspectiva, a matemática do passado é vista como área de conhecimento que objetivava evoluir para o que se tem hoje, a partir de uma sucessão de descobertas, tratando o conhecimento moderno como melhor, mais aprimorado e verdadeiro (SAITO, 2015). Isso considera o desenvolvimento dos conceitos como linear e progressista, ou seja, evoluíram cronologicamente do passado para o presente por um único caminho possível.

18 "[…] the present is the measure of the past" (FRIED, 2001, p. 395).

Na formação de muitos educadores matemáticos, o referencial teórico utilizado é baseado em uma historiografia com pressupostos tradicionais, influenciando os estudos na área da história da matemática. Nesse cenário, não é oportunizado, ao futuro educador, a consciência sobre a existência das diferentes vertentes historiográficas, impossibilitando a escolha da mais adequada para seus estudos. Por isso, pode-se perceber que alguns livros, comumente utilizados como referencias nas disciplinas relacionadas à História da Matemática, seguem essa vertente historiográfica, tais como *Introdução à História da Matemática* (EVES, 2004) e *História da Matemática* (BOYER, 1996).

Entretanto, essa discussão sobre questões historiográficas é relativamente nova e muitos estudiosos ainda não têm conhecimento sobre a existência dessas diferentes vertentes. Segundo Saito (2016), bons estudos envolvendo a história da matemática foram feitos por educadores que não possuem formação de historiador, portanto, poderiam não estar conscientes de suas escolhas historiográficas.

Nesse mesmo sentido, as obras sobre história da matemática de Boyer (1996) e Eves (2004), que tiveram suas primeiras edições publicadas em 1906 e 1964, respectivamente, não poderiam seguir outro tipo de historiografia, pois o material que estava sendo produzido, nessa área, seguia características tradicionais, de acordo com as tendências da época. Um exemplo é a famosa obra *Vorlesungen* über *Geschichte der Mathematik*[19], de Moritz Benedikt Cantor (1829-1920), caracterizado pela forma linear e cronológica de sua escrita, que parece ter causado a consolidação dessa maneira de escrever história no início do século passado e influenciado publicações posteriores, como as citadas acima (SAITO; DIAS, 2013).

19 Palestras sobre a História da Matemática (tradução nossa).

2.2 Vertente historiográfica atualizada

De forma diferente da retratada pela historiografia tradicional, uma escrita atualizada da história busca contextualizar e evidenciar o processo da construção do conhecimento. Desse modo, levando em consideração os aspectos internos e externos ao desenvolvimento desse conhecimento, algumas das propostas desse tipo de historiografia utilizam as três esferas da análise histórica: contextual; historiográfica e epistemológica.

A esfera contextual é mobilizada no início de uma investigação sobre um documento original, em que o pesquisador busca onde e quando ele foi escrito e o que estava acontecendo nessa determinada região e época. A esfera historiográfica é mobilizada no estudo crítico do que já foi escrito sobre esse material, buscando as razões pelas quais ele foi produzido nesse período. Por fim, a esfera epistemológica objetiva conhecer os conceitos e conteúdos que estão inseridos na obra dentro do seu próprio contexto. Não há uma ordem para a mobilização de cada uma dessas esferas, uma vez que esses conhecimentos estão articulados na contextualização histórica, causando a mobilização de mais de uma delas ao mesmo tempo.

Alguns aspectos da vertente atualizada já são percebidos por pesquisadores da área, tal como Schubring (2004). Em seu texto, o autor discorre sobre a necessidade do apoio de informações de diferentes ciências para as pesquisas em história, tais como a sociologia, história da educação, entre outras. Outro exemplo é o livro de Roque (2012), intitulado *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Diferentemente de Boyer (1996) e Eves (2004), essa obra "apresenta um exame crítico da história da matemática, do objeto matemático e do desenvolvimento do conhecimento matemático" (SAITO, 2013, p. 86).

Contudo, é necessário salientar que o uso da vertente tradicional não deve ser desprezado, mas valorizado "no sentido de que são histórias da matemática com papel bem definido no processo da institucionalização da matemática como área autônoma de conhecimento" (SAITO, 2015, p. 26).

Entretanto, pode-se perceber um interesse entre os historiadores da matemática em basear suas escritas em perspectivas mais atualizadas da história. Portanto, também é importante que o educador matemático possa ter acesso a esse material, para que suas ações em sala de aula não estejam apenas apoiadas em historiografias presentistas, que não valorizam a construção do conhecimento.

2.3 A historiografia tradicional versus a historiografia atualizada

Conforme discutido anteriormente, as vertentes historiográficas tradicionais e atualizadas possuem características bem diferentes, o que precisa ser conhecido pelo educador matemático que busca articular história e ensino de matemática para trabalhar a construção de algum conceito. Com esse propósito, o Quadro 01 mostra uma comparação entre algumas características de vertentes historiográficas atualizadas e tradicionais.

Quadro 01 – Diferença entre Vertentes Historiográficas

Historiografia tradicional	Historiografia atualizada
Narra uma história da matemática de forma linear e progressista.	Valoriza as rupturas e as permanências no processo da construção do saber.
Tem como modelo as ciências físicas (mecânicas) e matemáticas.	Estuda as diferentes formas de conhecimento contextualizando-as.
Seleciona no passado apenas o que parece ter permanecido: anacrônico.	Investiga o conhecimento do passado no passado.

Historiografia tradicional	Historiografia atualizada
Parte da distinção entre “ciência” e “pseudociência”.	Considera a existência das diferentes “matemáticas” do passado.
Valoriza os “precursores” e os “pais” da matemática moderna.	Valoriza o processo de elaboração, transformação e disseminação do conhecimento matemático em diferentes contextos sociais e culturais.

Fonte: Silva (2018).

A partir do Quadro 01, nota-se que, enquanto a historiografia tradicional busca os precursores e os grandes nomes da matemática no passado, a atualizada procura valorizar o contexto, inclusive o conhecimento compartilhado por pessoas até então “desconhecidas” que, de alguma maneira, mobilizavam os conceitos matemáticos no seu dia a dia. Em vista disso, nenhuma das duas pode ser considerada errada, mas sim, com objetos diferentes.

Ainda devido à falta de conhecimento da distinção entre essas perspectivas historiográficas, observa-se que a maioria dos estudos e propostas, envolvendo a história da matemática e o ensino, seguem uma vertente tradicional. Entretanto, existem algumas propostas de articulação que procuram estar pautadas em uma perspectiva historiográfica mais atualizada. Uma delas é o uso de documentos originais, que é abordado a seguir.

3. O uso de textos originais na articulação entre história da matemática e ensino

Para pesquisas em história, independente da ciência em questão, o uso de documentos originais tem se mostrado muito importante. Ao discorrer sobre como um estudo histórico é feito a partir da articulação das três esferas da análise histórica, Ferraz, Afonso-Goldfarb e Waisse (2013) mostram que essa importância de cada tipo de documento emerge a partir dos critérios adotados para se fazer a história, ou seja, a abordagem historiográfica escolhida.

Na história da matemática, esse acesso aos registros do passado não é diferente. D'Ambrósio (2004, p. 167, grifo do autor) afirma que "a relação de fatos, datas e nomes dependem dos registros, que podem ser de natureza muito diversas: memórias, práticas, monumentos e artefatos, escritos e documentos. Essas são as chamadas *fontes históricas*".

A maioria das pesquisas, nesse tema, estão dentro de publicações que estudam o uso da história[20] e sua articulação com a educação matemática, tais como: Fauvel e Maanen (2000); Saito e Dias (2013); Matthews (2014), etc. Diversos outros estudos foram sendo publicados posteriormente, em que muitos deles foram gerados a partir de discussões em grandes eventos, como o *International Congress on Mathematical Education* (ICME), os encontros do *International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics* (HPM), a *European Summer University on History and Epistemology in Mahemaics Education* (ESU), entre outras conferências e encontros. (JANKVIST, 2014).

Nesse sentido, cada vez mais autores vêm tentando produzir materiais baseados em documentos originais, desencadeando a discussão sobre suas possíveis vantagens para o ensino de matemática. Todavia, estudar uma fonte histórica, principalmente, um documento original, é algo bastante delicado.

Jahnke *et al*. (2000, p. 291, tradução nossa) afirma que

20 Quando se utiliza uma vertente historiográfica mais atualizada, procura-se evitar o termo "usar a história". Entretanto, nesse caso, ele foi preservado de acordo com a referência citada.

> o estudo de documentos originais é a forma mais ambiciosa de como a história pode ser integrada no ensino da matemática, mas também uma das mais gratificantes para os estudantes tanto na escola como nas instituições de formação de professores[21],

sendo a forma mais exigente e que mais consumiria tempo. Portanto, para o professor, que muitas vezes conta com um programa cheio de conteúdos para o período letivo, não seria o recurso mais fácil de se utilizar. Contudo, os benefícios somados seriam mais significativos, pois a leitura de um documento original pode ser recompensador e pode promover um aprofundamento substancial da compreensão matemática (JAHNKE *et al*., 2000).

É importante notar que as pesquisas não apresentam apenas argumentos favoráveis ao uso dos documentos originais. Grattan-guiness (2004) sustenta que o objetivo em sala de aula não é ensinar a matemática do passado, mas sim aquela do século XXI. Conforme Saito e Dias (2013) discorrem, para promover uma contextualização adequada, os objetos matemáticos, a linguagem, a definição, a notação e os métodos de demonstração poderiam se tornar irreconhecíveis e bem diferentes do rigor da matemática moderna. Entretanto, o propósito não seria ensinar a matéria de forma diferenciada a partir desses conhecimentos do passado, porém explorar as contribuições que a história pode dar ao ensino, dando significado aos objetos matemáticos. (SAITO; DIAS, 2013).

Nesse sentido, também se destaca a importância de evitar os anacronismos quando se lê um documento original, isto é, utilizar os conceitos da matemática moderna para entender os conhecimentos abordados no material. Jahnke *et al.* (2000) chama

21 "The study of original sources is the most ambitious of ways in which history might be integrated into the teaching of mathematics, but also one of the most rewarding for students both at school and at teacher training institutions" (JAHNKE *et al*., 2000, p. 291).

a atenção para esse tipo de leitura que usa apenas o ponto de vista do conhecimento e da compreensão matemática do presente:

> Tal leitura poderia levar consigo interpretações errôneas, dado que o escritor pode estar usando uma ideia de acordo com uma concepção bastante diferente da nossa. Se o valor da história reside na reorientação, na compreensão e não no julgamento, então os textos precisam ser contextualizados, isto é, localizados no contexto de seu tempo. Precisamos lembrar-nos que o escritor não estava se dirigindo a nós, mas um público contemporâneo (JAHNKE *et al*., 2000, p. 293, tradução nossa).[22]

Dessa maneira, o anacronismo pode ser evitado quando procuramos ver o documento original com os olhos do passado, ou melhor, com a consciência dos conceitos que a pessoa que a produziu ou um contemporâneo poderia mobilizar na época. Assim, procura-se não atribuir conhecimentos atuais aos matemáticos do passado, julgando-os e comparando-os como melhores ou piores, menos ou mais desenvolvidos.

Além disso, para realizar uma pesquisa, é importante que estejam bem definidos os conceitos de documento original, texto e fonte histórica, dentro da perspectiva historiográfica escolhida. Para isso, Silva (2018) apresenta essas definições com base em estudos tradicionais e atualizados.

Em relação à perspectiva historiográfica atualizada, um documento original é qualquer registro que possa remontar ao passado. Saito (2015, p. 27) diz que

---

22 "Such a reading could carry with it erroneous interpretations, given that the writer may be using an idea according to a conception quite different from ours. If the value of history lies in reorientation, in understanding rather than judging, then texts need to be contextualised, that is located in the context of their time. We need to remind ourselves that the writer was addressing not us, but a contemporary audience" (JAHNKE *et al*., 2000, p. 293).

> fazem parte desse conjunto de documentos não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas etc.

Dentro desse material, existem partes escritas que são selecionadas pelo educador matemático em virtude das suas possíveis potencialidades didáticas. Esses excertos são chamados de textos originais, que são utilizados devido à impossibilidade do uso de um documento inteiro em um estudo.

Conforme mostrado anteriormente, alguns estudiosos também se referem constantemente ao termo "fonte histórica", que seria um sinônimo para documento em historiografias tradicionais. Por outro lado, as perspectivas mais atualizadas consideram que um documento é uma fonte primária ou secundária dependendo do seu papel na pesquisa. Ele é a fonte primária se for o principal meio de estudo e de obtenção de informação, sendo secundários todos os outros materiais utilizados para entender o primário, independente da sua data de fabricação.

Essas são algumas questões importantes a serem consideradas na pesquisa que envolve textos originais, para articular história e ensino de matemática. Entretanto, esse uso também instiga a questão de quais critérios precisam ser pensados para a elaboração de propostas para a sala de aula com originais, o que é mostrado a seguir.

4. Os critérios para o uso de textos originais

Para entender se o texto original pode ser utilizado na aula de matemática, beneficiando a construção do conhecimento, é preciso saber como os autores estão propondo esse uso. Para isso, é necessário ler as propostas publicadas, buscando responder quais os critérios considerados para esse uso. Nesse sentido, Silva (2018) elencou 7 critérios:

1. Qual material utilizar?
2. Qual a forma de utilizar o material?
3. Qual o objetivo da implementação?
4. Em que séries ou nível escolar se pode aplicar?
5. Precisa-se fazer um tratamento didático?
6. Quando utilizar o texto original?
7. A perspectiva historiográfica escolhida.

O primeiro critério diz respeito à escolha do original para a pesquisa, quer dizer, qual a fonte primária de informação que o estudioso pode utilizar. Como ela tem um objeto voltado para a sala de aula, ela precisa estar relacionada ao conteúdo de alguma forma. O segundo critério busca responder como utilizar um original, o que remete a questões de como relacioná-lo ao conteúdo matemático.

O terceiro critério estabelece qual o objetivo da utilização do original, pois todas as ações do pesquisador, inclusive a própria escolha do material, são baseadas pela sua intencionalidade. O quarto critério se refere à série ou nível escolar de aplicação da proposta, em que é levantada a questão sobre a possibilidade do seu uso para qualquer público, ou seja, uma pessoa de qualquer idade ou escolaridade estaria preparada para lidar com um texto original?

O quinto critério debate a necessidade de se realizar um tratamento didático no original, ou melhor, uma tradução, uma atualização de termos e outras ações para prepará-lo para a sala de aula. O sexto critério trata do momento da aula em que o original pode ser utilizado, o que também depende da intencionalidade do educador.

Por fim, o último critério é a escolha da perspectiva historiográfica que, conforme debatido anteriormente, guia todas as ações do pesquisador e do educador. Por isso, é preciso que ela esteja bem definida, junto com a intencionalidade da aplicação, para evitar anacronismos e distanciamento dos objetivos matemáticos da aula.

5. Considerações Finais

O estudo dos textos originais é uma iniciativa muito ambiciosa, mas amplamente realizada por pesquisadores que estudam a articulação entre história e ensino de matemática. Por isso, foi necessário discutir quais os critérios que precisam ser levados em consideração ao adentrar nesse uso.

Os critérios, mostrados anteriormente, não são únicos, no entanto, foram aqueles elencados a partir das leituras realizadas previamente. Outros critérios podem emergir de literaturas diferenciadas e podem alterar a escolha da historiografia de base do pesquisador.

Além disso, para o educador matemático, questões historiográficas são ainda um desafio, pois a literatura existente não está voltada para esse público, todavia para os próprios historiadores. Assim, esse capítulo buscou proporcionar estudos iniciais que pudessem dar base para as pesquisas sobre a articulação entre história e ensino de matemática, incluindo os debates sobre historiografias, o uso de originais e os seus critérios.

Finalmente, sabe-se que não é fácil, para o educador matemático, tratar da história dentro de uma perspectiva mais atualizada, o que demandará ainda muitos estudos e mudanças na formação desses profissionais. Portanto, estudar os textos originais, nesse tipo de historiografia, ainda precisa de bastante tempo e dedicação.

Os capítulos a seguir mostram algumas das pesquisas que vêm sendo realizadas no GPEHM e que têm por base um documento original. Esses estudos selecionaram uma parte escrita desse material, ou seja, um texto original, para fazerem suas propostas sobre a construção do conhecimento matemático. Logo, a partir deles, pode ser visto como o grupo vem discutindo a articulação entre história e ensino de matemática com base nos aspectos definidos aqui.

Referências

ALBUQUERQUE, S. M. de; PEREIRA, A. C. C. Uma análise preliminar do documento histórico *Regula de Abaco Computi* de autoria do matemático Gerbert de Aurilac (976 d.C). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 5, n. 14, p.16-26, 25 ago. 2018. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/245/165>. Acesso em: 29 dez. 2019.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. Breve análise da obra *The Description and Use of the Double Horizontall Dyall* (1632) de William Oughtred. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 5, n. 14, p.64-74, 25 ago. 2018. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/238/169>. Acesso em: 29 dez. 2019.

BATISTA, A. N. de S.; PEREIRA, A. C. C. Uma mostra geral de aspectos inseridos na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos*... (1603). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 5, n. 14, p.75-84, 25 ago. 2018. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/249/171>. Acesso em: 29 dez. 2019.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

D'AMBROSIO, U. Tendências historiográficas na história da ciência. In: ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; BELTRAN, M. H. R. (Org.).

Escrevendo a história da ciência: tendências, propostas e discussões historiográficas. São Paulo: Educ/livraria Editora da Física/FAPESP, 2004. p. 165-200.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 4. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2004

FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. (Ed.). **History in mathematics education**: the ICMI study. 6. ed. New York/Boston/Dordrecht/London/Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2000. 437 p.

FERRAZ, M. H. M.; AFONSO-GOLDFARB, A. M.; WAISSE, S. Reflexões sobre a constituição de um corpo documental para a história da ciência: um estudo de caso do Brasil Colônia e Brasil Reino. **Acervo**, Rio de Janeiro, v. 26, n. 1, p.42-53, jan./jun. 2013. Disponível em: <http://www.brapci.inf.br/index.php/res/v/40400>. Acesso em: 31 dez. 2019.

FRIED, M. N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? **Science & Education**, Holanda, v. 10, n. 4, p.391-408, jul. 2001.

FURINGHETTI, F.; JAHNKE, H. N.; MAANEN, J. V. **Mini-workshop on studying original sources in mathematics education**. Oberwolfach Reports 3(2), 2006. p. 1285–1318.

GRATTAN-GUINESS, I. History or Heritage? An Important Distinction in Mathematics and for Mathematics Education. **The American Mathematical Monthly**, Harrisonberg, v. 111, n. 1, p.1-12, jan. 2004. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/4145010?newaccount=true&read-now=1&seq=1#page_scan_tab_contents>. Acesso em: 25 jul. 2018.

JAHNKE, H. N. *et al*. The use of original sources in the mathematics classroom. In: FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. (eds). **History in mathematics education**: the ICMI study. 6. ed. New York/Boston/Dordrecht/London/Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2000. Cap. 9. p. 291-328.

JANKVIST, U. T. On the use of primary sources in the teaching and learning of Mathematics. In: MATTHEWS, M. R. (Ed.). **International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching**. Dordrecht: Springer, 2014. Cap. 27. p. 873-907.

MATTHEWS, M. R. (Ed.). **International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching**. Dordrecht: Springer, 2014.

ROQUE, T. **História da Matemática**: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 3, n. 1,

p. 3-19, 2016. Disponível em: < https://revistas.pucsp.br/emd/article/download/29002/20273>. Acesso em: 29 dez. 2019.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHMat, 2015.

SAITO, Fumikazu. História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas (resenha crítica). **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, v. 13, n. 26, p.85-94, abr. 2013. Disponível em: <http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM - vol.13,no26/RBHM - Vol13, no26 - 2013.pdf>. Acesso em: 07 mar. 2018.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre História da Matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência e Educação**, v.19, no1, p. 89-111, 2013.

SCHUBRING, G. Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In: Encontro da Sociedade Portuguesa de Investigação Em Educação Matemática, 14., 2004, Beja. **Atas dos Encontros da SPIEM**. Beja, 2004. v. 1, p. 5 - 20.

SILVA, I. C. da. **Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática:** buscando critérios na articulação entre história e ensino. 2018. 92 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

PARTE 2

PESQUISAS QUE ARTICULAM HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS PELO GPEHM

CAPÍTULO 3

CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS MOBILIZADOS NAS BARRAS DE CALCULAR DE JOHN NAPIER: NA PESPERCTIVA DO DOCENTE EM FORMAÇÃO

Eugeniano Brito Martins

Introdução

Diversas são as pesquisas que tratam do ensino de matemática e do modo como esse ensino pode resultar em uma melhor preparação do professor. Focaremos nas pesquisas que inserem a história da matemática de forma articulada com o ensino, possibilitando o reconhecimento da matemática como uma criação humana, proveniente de resultados de necessidades práticas das comunidades[23].

Essa articulação das áreas de história da matemática e a educação matemática vem sendo discutida, em específico, na formação de docentes, com vista a associar conceitos formais a outros didáticos e pedagógicos. Mesmo sabendo que a história da matemática não é um recurso didático que seja aplicado em todas as situações e que o docente tem um currículo a lecionar, compreendemos que sua inserção tem muito a contribuir para o ensino dessa área[24].

Ao passo que essa formação possibilita ao docente de matemática conhecimento para associar a história com o ensino,

23 Para maiores informações, veja: D'ambrosio, 2000; Miguel; Miorim, 2004.

24 Para maiores informações, veja: Pereira e Saito (2018, 2019); Fried (2001).

essa conexão é realizada de diversas maneiras, por meio de recursos que a própria história fornece, como, por exemplo, as histórias em quadrinhos (HQs), pesquisa historiográfica, a modelagem, a simulação, as encenações teatrais, a unidade básica problematizadora (UBP), museus, documentos históricos. Todos eles, com o intuito de promover uma melhor aprendizagem.[25]

Uma forma de inserir a história da matemática em sala de aula está nas pesquisas que buscam a articulação desta com o ensino da matemática, criando-se, assim, interfaces que conectam as duas áreas, gerando a publicação de diversos resultados. No entanto, esses estudos se caracterizam por uma historiografia tradicional[26].

Aqui, apresentamos uma tentativa de articular a história com o ensino de matemática, baseada em uma historiografia atualizada[27], mobilizando conhecimentos do passado para a compreensão do modo como elas foram elaboradas, de forma que possibilite estabelecer um diálogo com os conhecimentos do presente e, assim, superar as dificuldades conceituais por meio da construção de interfaces. A proposta, que adotamos, segue as ideias de Saito (2014, 2015, 2016) e Pereira e Saito (2018, 2019), quando da realização de diálogos entre as duas áreas de conhecimento.

Para isso, apresentamos um recorte da dissertação "Conhecimentos Matemáticos Mobilizados na Manipulação das Barras de Calcular de John Napier Descritas no Tratado *Rabdologiae* (1617)"[28]. Nela, escolhemos um tratado histórico da matemática, selecionamos um instrumento, cuja construção e

25 Para maiores informações, veja: Mendes (2009); Saito e Dias (2011); Silva (2013); Pereira e Pereira (2015); Saito (2015); Chaquiam (2017).

26 "Na historiografia tradicional o passado é visto com os olhos de hoje. Admite-se que a ciência teria se desenvolvido progressiva e linearmente. Nessa perspectiva, a História da Ciência representaria o progresso do espírito humano e da sociedade". (SAITO, 2014, p. 20)

27 "A Historiografia atualizada procura partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente e não o contrário." (SAITO, 2015, p 27)

28 Para maiores informações, veja: Martins (2019).

manuseio eram descritos no texto, elaboramos atividades que foram aplicadas para professores em formação. Nesse ponto, apresentamos e comentamos uma dessas atividades. Contudo, vamos conhecer o tratado e o instrumento que utilizamos para essa interação entre a história da matemática e o ensino.

Contextualizando a época e a obra escolhida

O professor, que utiliza um documento histórico para o ensino de matemática, fá-lo intencionalmente, porém é necessário compreender o contexto que envolveu a escrita dele. Ao escolher um tratado, que possuí um instrumento, deve-se ao fato da obtenção das medidas e dos cálculos e a descrição de suas construções estão presentes em tratados elaborados para atender a um público específico.

Entre esses tratados, temos o *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus acessit e arithmeticea localis liber unus* (1617)[29], escrito por John Napier (1550-1617). Esse livro apresentas alguns instrumentos de cálculo Aritmético, explicando como construir e manusear tais artefatos para a realização das operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Esse tratado foi escrito na Europa dos séculos XVI e XVII, cujo ambiente apresenta a transição do que chamamos de Renascimento para o início da Idade Moderna. Esses momentos históricos não ocorrem de forma igual para todos os países. Enquanto uns estão iniciando nas ideias iluministas da renascença, outros, como Portugal e Espanha, já se aventuravam para além do continente, explorando o mar tenebroso, descobrindo as Américas, aventurando-se pela África e estabelecendo a rota marítima até a Ásia.

29 A partir deste momento, tratado apenas como *Rabdologiae*.

Como resultado desse processo de navegação, a Europa passou a receber uma quantidade muito grande de produtos orientais e de especiarias. Gerando no comércio uma expansão significativa e a agricultura passou a não ser mais a única forma de vida para o cidadão, surgindo novas oportunidades junto aos estaleiros na construção de navios e nas tripulações para realizar as viagens comerciais.

Essas mudanças, também, impactaram a sociedade, que passou a buscar novos conhecimentos, provocando uma maior demanda por publicações de tratados que trouxessem esses novos saberes, como, por exemplo, os números hindu-arábicos e a forma de realizar as operações Aritméticas com eles.

Com o aumento do comércio, ocorre um aumento da quantidade de cálculos necessários para juros e seguros, viagens e impostos a serem coletados e aqueles, que tinham conhecimentos matemáticos, buscaram formas de agilizar a realização desses cálculos. Entre esses, temos John Napier (1550-1617), com seu estudo para elaboração dos logaritmos que são descritos em suas obras, além do documento aqui estudado. O tratado *Rabdologiae* (1617) apresenta alguns instrumentos que foram desenvolvidos pelo autor, para facilitar os cálculos de construção dos logaritmos. Assim, vamos conhecer um pouco sobre esse matemático e depois suas obras.

John Napier nasceu em 1550, em Merchiston, próximo à Edinburgh, na Escócia. Filho de uma família nobre, com diversas propriedades, influente na administração escocesa, com atuações como juízes e administradores do tesouro nacional. Segundo Napier (1834) e Steward e Minto (1787), aos 13 anos de idade, após estudos domésticos, ele ingressou na faculdade de Teologia do S^t^ Salvador College, que fazia parte da S^t^ Andrews University, no ano de 1563.

Em 1614, Napier publicou o *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (A Descrição das Maravilhosas Regras dos Logaritmos), no entanto, em uma carta de 1597, endereçada a Antony Bacon (1558-1601), primeiro ministro da Inglaterra, ele já apresenta uma obra que possui 172 páginas, distribuídas em dois livros, no qual o primeiro tem 5 capítulos e o segundo tem 6 capítulos. Nela, John Napier se preocupa em apresentar a utilização dos logaritmos, de base $10^7 = 10.000.000$, para a simplificação dos cálculos.

Após a sua morte, é publicado, em 1619, o tratado *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* (A construção das Maravilhosas Regras dos Logaritmos). Nesse livro, são apresentadas proposições matemáticas para a validação dos logaritmos, com 52 páginas, divididas em quatro partes. O autor argumenta, logicamente, a construção matemática deles. Nele, é apresentada a contribuição de Henry Briggs (1561-1630), para a utilização do logaritmo na base 10.

O último tratado conhecido de Napier foi publicado em 1839, graças ao empenho de Mark Napier, seu sobrinho-neto e biógrafo. O tratado *De Arte Logistica* (Da ciência de calcular) expõe a preocupação de Napier com a realização de cálculos. Ademais, ele destaca sua preocupação com a forma como esses cálculos devem ser realizados, na abertura do capítulo um, quando ele escreve: "a logística é a ciência de calcular melhor" (*Logistica est ars bene computandi*) (NAPIER, 1839, p. 3). A obra possui 158 páginas, ao longo das quais o autor descreve, detalhadamente, a maneira correta para a realização das operações matemáticas de somar, subtrair, multiplicar, dividir, potenciação e radiciação, além do cálculo das regras de três simples e composta.

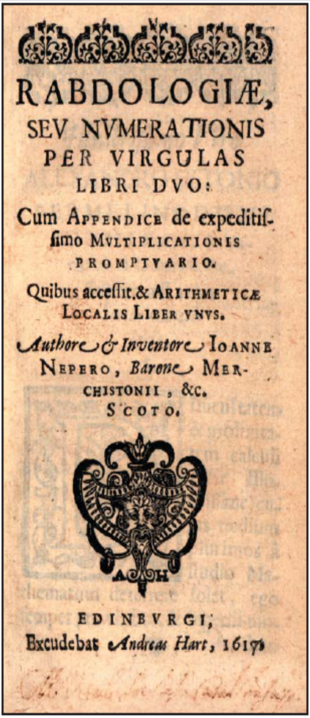
No tratado *Rabdologiae* (1617), Napier apresenta três instrumentos que auxiliam no cálculo das operações aritméticas. Na ordem que aparecem, temos as barras de calcular de Napier e o tabuleiro mecânico, que são destinados para as operações de multiplicações, divisões, potenciações e extração de raízes. Enquanto o ábaco de Napier realiza, além dessas operações já citadas, a soma e a subtração.

O tratado foi escrito em 1615. Percebemos, ao longo do texto, que o autor cita esse ano em diversos exemplos, porém ele só foi publicado em 1617. Como muitas das obras da época, seu título apresenta os conteúdos que o leitor encontrará em seu interior, assim temos: "Os dois livros de calcular com pequenas varetas (*Rabdologiae, seu numerationis per virgulas libri duo*).

Observando o frontispício (Figura 1), logo após o título, há uma frase no qual o autor explica que o tratado contém "um apêndice do método de multiplicação muito rápido através do qual acessa-se um livro de matemática local" (*Cum appendice de expeditíssimo multiplicationis promptuario. Quibus accessit & Arithmeticae localis liber unus*).

Depois do título do tratado, temos a identificação do autor *Ioannes Neperus*, antecedida da afirmação que ele foi inventor (*Inventore*) dos instrumentos descritos. A impressão ficou sob a responsabilidade de Andreas Hart (f. 1621), um escocês conhecido por seu comércio de livros. Notamos, ainda, que a data de publicação está grafada em algarismo hindu-arábicos, o que não era habitual na época.

Figura 1 – Frontispício da edição de 1617 do *Rabdologiae*.


RABDOLOGIÆ,
SEV NVMERATIONIS
PER VIRGULAS
LIBRI DVO:
Cum APPENDICE de expeditis-
simo MVLTIPLICATIONIS
PROMPTVARIO.
Quibus accessit, & ARITHMETICÆ
LOCALIS LIBER VNVS.
Authore & Inventore IOANNE
NEPERO, *Barone* MER-
CHISTONII, &c.
SCOTO.
EDINBVRGI,
Excudebat *Andreas Hart*, 1617.

Fonte: Napier (1617, frontispício).

Como era comum para a época, o título de um tratado apresentava uma descrição dos conteúdos presentes em suas páginas. Napier (1617) não foge à regra e mostra no título, que a obra apresenta, forma de realizar cálculos com menos tempo. Todavia, a invenção desses instrumentos não foi com tal finalidade, como relatado por Rice e Gonzáles-Velasco (2017, p. 49, tradução nossa):

> Como parte do cálculo de suas tabelas logarítmicas, Napier inventou uma série de ferramentas de cálculo que ele descreveu na *Rabdologia*. Inicialmente, Napier não considerou nenhum deles digno de ser publicado, mas tendo compartilhado suas invenções com seus amigos, eles estavam se tornando conhecidos na Escócia e no exterior e corriam o risco de serem apropriados por outros.[30]

Dessa forma, dentre os motivos da escrita do tratado, não era interesse do autor a divulgação dos instrumentos por ele desenvolvido, como fica claro ao dedicá-lo a seu amigo Sir Alexander Seton[31]:

> Realizar cálculos (Noble Sir) é um difícil e demorado processo, cujo tédio impede muitos do estudo da Matemática. Eu sempre tentei, com tanta força e talento quanto possuo, agilizar o processo. Foi com este fim em vista que produzi nos anos anteriores meu cânon de Logaritmos, no qual eu havia trabalhado por um longo período. Nisso, eu abandonei números naturais e as operações mais difíceis que são realizadas por meio deles e substituímos outros que alcançam o mesmo resultado pela simples adição, subtração e divisão por dois ou três. (NAPIER, 1617, f. 1, tradução nossa) [32]

Observamos, pelo trecho da dedicatória, que o objetivo de Napier era substituir os cálculos com números naturais, que ele

30 No original, lemos: As part of the computation of his logarithmic tables, Napier invented a number of calculating tools which he described in the *Rabdologiæ*. Initially Napier had not considered any of them worth publishing but having shared his inventions with his friends, they were becoming known both in Scotland and abroad and were in danger of being appropriated by others (RICE; GONZÁLES-VELASCO, 2017, p. 49).

31 Alexander Seton, 1º Conde de Dunfermline (1555–1622), foi um advogado, juiz e político escocês. Ele serviu como Senhor Presidente do Tribunal de Sessão de 1598 a 1604, Lorde Chanceler da Escócia de 1604 a 1622 e Alto Comissário do Parlamento da Escócia.

32 No original, lemos: Difficultatem & prolixitatem calculi (vir illustrissime) cujus ttaedium plurimos astudio Mathematum deterrere folet, ego semper pro viribus, & ingenii modulo conatus sum e medium tolere. Atque hoc mihi sine proposito Logarithmorum canonem a me longo tempore elaboratum superioribus annis edendum curavi, qui rejectis naturalibus numeris, & operationisbus quae per eos siunt, difficilionibus, alios substituit idem praestantes per faciles additiones, substractiones, bipartiones, & tripartiones (NAPIER, 1617, f.1).

considerava complicados e difíceis de serem realizados e passar a utilizar os logaritmos. Portanto, ele criou alguns instrumentos que facilitaram os cálculos para a construção das tabelas logarítmicas. Napier (1617) cita as duas razões principais da publicação desse tratado:

> Eu tinha duas razões para fazer o meu livro, sobre a fabricação e uso das barras de calcular, disponíveis ao público. A primeira foi a de que as barras foram bem aceitas por tantas pessoas que quase se podia dizer que já eram de uso comum, tanto na Escócia, como no exterior. A outra razão foi o fato de teres chamado à minha atenção e que gentilmente aconselhou-me a publicá-los, para que não sejam publicados sob o nome de outra pessoa. (NAPIER, 1617, f. 3, tradução nossa)[33]

Aparentemente, Napier não iria divulgar seus inventos, que fizera para facilitar os cálculos dos logaritmos, só o fazendo por insistência do amigo Alexander Seton e para assegurar que seu nome estaria ligado às invenções que realizara. Assim, os instrumentos são esses, segundo Napier (1617, f. 3, tradução nossa):

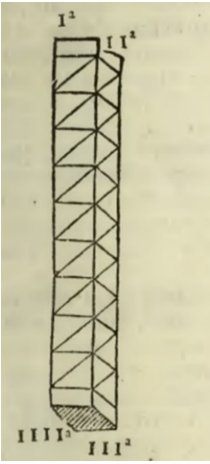
> Nesse meio tempo, no entanto, para o benefício daqueles que prefiro operar com os números naturais como eles são, eu trabalhei três outros métodos curtos de cálculo. O primeiro deles, que chamo de Rabdologia, usa bastões com números neles. O segundo, que para multiplicação é o mais rápido de todos, usa tiras dispostas em uma caixa; para isso, o nome do prontuário para Multiplicação não será inapropriado. O terceiro e último usa localização aritmética e é realizada em um tabuleiro de xadrez.[34]

33 No original, lemos: Ut autem libellum de Fabrica & vsus virgularum publici juris facerem, hoc imprimis impulit, quod eas non folum viderem permultis ita placuiffe, ut jam fere fint vulgares, & in exteras etiam regiones deferantur: fed perlatum quoque fit ad aures meas humanitatem tuam mihi confuluiffé utid ipfum facerem (NAPIER, 1617, f. 3).

34 No original, lemos: Interea tamen in gratian eorum qui per ipsos números naturales ooblatos

Observamos que os instrumentos de Napier são para uso com os números naturais, objetivando facilitar o enfadonho processo de realização dos cálculos (NAPIER, 1617). Então, a partir da preocupação com a necessidade de realizar cálculos mais rápidos e com precisão, o tratado apresenta a construção e a utilização dos três instrumentos de cálculos. Porém, neste capítulo, deter-nos-emos apenas nas barras de calcular (Figura 2).

Figura 2 – Representação das Barra de calcular de Napier



Fonte: Napier (1617, f.3).

O instrumento, que manipulamos com os professores em formação, são conhecidos como as barras de calcular de Napier (Figura 2). Seu formato físico corresponde ao que, atualmen-

operani maluerint, tria alia calculi compedia excogitavimus: quórum primum est per virgulas numeratrices, quod Rabdologiam vocamus: alterum vero quod omnium pro multiplicatione expeditissimum est, per lamelas i pyxide dispositas, quam obid, Multiplicationis promptuarium non immerito appellabimus. Tertium denique per Arithmeticam localem, quae in Scacchiae abaco exercetur. (NAPIER, 1617, f. 3) te, denominamos prisma de base quadrada, contendo em suas faces quadrados divididos pela diagonal, nos quais serão inseridos números, de modo a permitir a realização de multiplicações, divisões, potenciações e radiciações. Maiores informações podem ser obtidas em Martins (2019); Pereira e Martins (2017) e Pereira, Martins e Silva (2017).

A formação continuada para professores de matemática

Com a finalidade de identificar como professores em formação mobilizam os conhecimentos matemáticos presentes no instrumento, foi ministrado o curso de extensão universitária denominado: "Os conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das Barras de Calcular de John Napier descritas na obra Rabdologiae ... de 1617". Ele ocorreu entre os dias 24 e 27 de setembro de 2018, contando com uma carga horária de 20 horas aulas, sendo realizado no Laboratório de Matemática e Ensino, da Universidade Estadual do Ceará (UECE), localizado na Avenida Silas Munguba, 1700, Campus Itaperi, Fortaleza - Ceará.

Durante o curso, participaram 8 (oito) discentes, um docente e uma observadora. O objetivo de realizar essa formação foi articular o uso das barras de calcular de Napier, como descrito no tratado, para a identificação de conhecimentos matemáticos mobilizados durante o manuseio das barras e que facilitam a sua utilização.

O curso de extensão foi concretizado com a parceria da Pró-Reitoria de Extensão da UECE, do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), do Laboratório de Matemática e Ensino da UECE e a Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE).

O curso foi inserido no Projeto Guarda-Chuva[35], um subprojeto do Programa de Formação Docente (PFD), desenvolvido pelo GPEHM, que possui como proposta articular diferentes instrumentos matemáticos históricos, com a finalidade de elaborar atividades didático-pedagógicas, que propiciem uma interação entre a história e o ensino de matemática.

Esta pesquisa é parte de um projeto de pesquisa maior denominado de "A construção de interfaces entre história e ensino da matemática por meio de antigos instrumentos matemáticos para a elaboração de uma proposta didático-pedagógica", que se encontra aprovado pelo Conselho de Ética, na pesquisa da Universidade Estadual do Ceará, sob CAAE 08268319.7.0000.5534 e parecer de número 3.285.665.

Para a realização do curso, os participantes formaram equipes e foram providenciados os seguintes materiais: quatro conjuntos de 10 barras de calcular de Napier, conforme descrito no tratado; seis cartões de recursos, cada um contendo um excerto da obra e destinado a uma atividade; seis cartões de atividades, que instruíam os participantes a elaborar um relatório final por cada cartão; cartão de hipóteses, englobando todas as conjecturas elaboradas para as atividades do curso. Aqui, apresentaremos a atividade em que os participantes, já tendo compreendido como se constroem e preenchem as barras, têm o primeiro contato com a operação de multiplicação utilizando as barras de calcular.

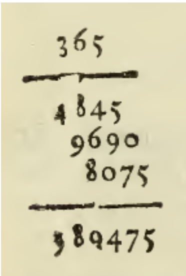
35 O Projeto Guarda-Chuva contempla as pesquisas sobre história da matemática com a realização de ações de extensão para a formação de professores que lecionam matemática.

Atividade envolvendo a operação de multiplicação com as barras de calcular

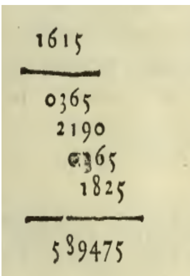
Essa atividade consistiu na realização da operação de multiplicação manuseando as barras de calcular. Para isso, os participantes receberam o cartão de recursos com o excerto do capítulo III, do tratado *Rabdologiae* (1617), em que é descrito como realizá-la:

> Nomearei Multiplicando, Multiplicação e Múltiplos, ampliando a divulgação desta Aritmética. Além disso, o quociente aqui chamado, a marca simples, o que contém quantas vezes a unidade, que frequentemente resume a tabela do múltiplo dos números somados.
>
> Existe uma mesma ordem de numeração para seu intervalo, e sua prova.
>
> Para facilitar a multiplicação, obtenha os números, como o simples e assim para cada um dos múltiplos nas barras, entendendo e anotando os números semelhantes, (seja ele mesmo ou prefixado com zeros). Assim para cada um número anotado a esquerda dedica-se o mesmo nível, e eles reciprocamente respondem ao mesmo nível. Respondem uns aos outros, como a direita.
>
> Assim os números, respectivamente multiplicando um pelo outro (particularmente os maiores) estabelecido entre as Barras (isto através do primeiro pelo segundo): posteriormente escrevendo para o papel, conduzindo abaixo daquela linha. Então embaixo da figura do papel escreva aqueles múltiplos descobertos entre as Barras, denomina-se aquelas figuras como um conjunto de números: assim para direita anota-se os múltiplos, ou no mesmo nível inclinado para a esquerda alterna um com o outro seguindo na mesma ordem, que a figura

antiga denominamos conhecida: e assim dispomos a adição da multiplicação Aritmética, e virá existir o produto da multiplicação.



Para existir a multiplicação do ano *Domini* 1615 por 365. Aquele número escrito dentro da tábua, aqui neste papel construa na margem. Tabule os números triplo, sêxtuplo, e quíntuplo selecionando a figura na linha escreva os números no papel 3, 6, 5, como os números apontados. Assim o triplo do número 1615 que das Barras será transcrito como 4845: o sêxtuplo que será 9690, e o quíntuplo, 8075 que será escrito sob seus números 3, 6, 5; como apresentado a figura ao lado. Seus múltiplos são dispostos nesta ordem, adicionando a mesma Aritmética, e vindo para fora o número escolhido 589475, e como resultado o produto da multiplicação.



O mesmo virá como resultado em escrever 1615 em uma folha de papel, e encontrar 365 entre as barras, e 365 o número simples 365, o sêxtuplo 2190, o simples 365, e o quíntuplo 1825 (exatamente como a figura 1615 exposta) faça o mesmo acrescentando a cifra para a esquerda, e incrementando de dez vezes, como está vendo, de fato seja feito o produto 589475, igual ao visto acima.

Nessa atividade, os participantes, de posse das reproduções das barras de calcular de Napier, deveriam acompanhar o trecho do tratado, realizando a operação de multiplicação, reconhecendo e mapeando os diferentes conhecimentos matemáticos mobilizados para a obtenção do produto, como consta no cartão de atividade a seguir apresentado.

ATIVIDADE - CARTÃO DE ATIVIDADES

A partir do instrumento (físico) e do texto que traz a descrição do uso das barras de calcular para a multiplicação:

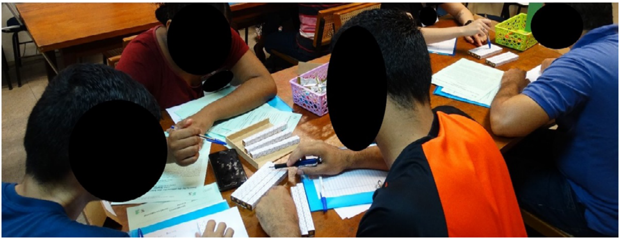
- Acompanhe e entenda no que consiste a utilização do instrumento para realizar a operação aritmética, reconhecendo e mapeando os diferentes conhecimentos matemáticos mobilizados.
- Compreenda o processo de multiplicação com a manipulação do instrumento.

Produto do grupo – ATIVIDADE 1

Descreva, detalhadamente, suas primeiras impressões sobre a **realização da multiplicação** com a manipulação do instrumento.

O objetivo é compreender a operação de multiplicação manipulando as barras de calcular e representando a escrita da maneira como a reproduzimos.

Figura 3 – A manipulação das barras de calcular para realizar a operação de multiplicação.



Fonte: Arquivo pessoal do autor (2018)

Ao final da atividade, que teve a duração de 2 horas, os participantes preencheram o relatório final dessa atividade, descrevendo as impressões sobre a utilização do instrumento para a realização da operação de multiplicação. O docente e a observadora, como nas atividades anteriores, deixaram os participantes livres por 30 minutos, momento em que eles foram apenas observados, quando então começamos a circular entre eles, observando suas ações e falas e as registrando.

Discutindo a atividade a partir do curso de extensão universitária

Essa atividade apresentou as barras de calcular de Napier. Dessa forma, as equipes, ao executarem as orientações contidas no cartão de recursos, colocaram em prática as instruções já realizadas nas atividades anteriores, que consistiam na familiarização da construção e preenchimento das barras de calcular. Porém, nada impede a realização dessa atividade desconectada das anteriores.

A forma de manipular as barras de calcular de Napier para realizar a operação de multiplicação, na compreensão dos componentes das equipes:

> é feita a partir de cada algarismo do primeiro número feito pelas barras em relação ao segundo, ou seja, ao multiplicar 42 por 2, pega-se o número na 2a posição nas barras formadas por 42 ou pega-se o número da 4a posição e soma-se com a da 2a posição na barra 2 (sic). (GRUPO 4, 2018)

Observamos que o Grupo 4 compreendeu a forma de olhar os valores representados nas barras para obter os múltiplos necessários para a realização da operação de multiplicação, mas eles não demonstram a compreensão necessária para explicar o procedimento para obter o produto de 42 por 2.

Essa dificuldade pode ser resultante de não compreender a descrição no cartão de recursos, como é expresso pelo Grupo 3, quando afirmam que "[...] tivemos inicialmente a dificuldade em compreender o primeiro parágrafo nela descrito, pois por se tratar de um texto mais teórico isso dificultou a abstração do procedimento da operação de multiplicação descrito por Napier"(-*sic*) (2018).

A dificuldade, descrita pelos Grupos, é solucionada quando da realização dos exemplos do excerto para demonstrar a operação de multiplicação com as barras de calcular de Napier. Superada essa dificuldade, os participantes reconhecem a semelhança das formas de escrever as parcelas das duas maneiras apresentadas para a realização da operação de multiplicação mostrada no tratado, como notamos:

> O processo de multiplicação de Napier se assemelha muito ao atual, já que usamos cada 'parcela' do multiplicador, por exemplo 212 por 39, pegamos o 9 e multiplicamos por 2, guardamos o resultante maior que 9, depois 9 por 1 e guardamos e por último 9 por 2 e guardamos esse resultado, assim em diante com o 3 (*sic*). (GRUPO 1, 2018)

O Grupo descreve a operação de multiplicação com um exemplo próprio, fato realizado por todos. Observamos a mobilização de conhecimentos matemáticos relacionados a essa operação, no caso de "[...] marco simples ou quociente é o retângulo do topo da barra" (*sic*) (GRUPO 4, 2018).

O Grupo 4 apresenta a seguinte fala: "[...] a ideia de 'jogar 1', quando excedemos o valor posicional, devemos conservar a unidade no seu local e passar as dezenas para casa imediatamente à esquerda" (*sic*) (2018).

O grupo descreve a mobilização do que convencionalmente se diz "vai um" como sendo a movimentação do excedente do que for maior que 9, levando esse excedente para a próxima casa à esquerda, observamos que o grupo não associa esse movimento para as dezenas e sim para a próxima casa posicional, assim temos uma mobilização dos conhecimentos matemáticos relacionados à casa posicional de cada número.

Com relação à maneira de representar as parcelas, colocando-as da esquerda para a direita, os grupos apresentam a necessidade de completar todas as parcelas para que tenham a mesma quantidade de algarismo, para só então realizarem a escrita delas para procederem a soma para obterem o produto.

Considerações finais

Como apresentado em diversos estudos, a articulação entre a história e o ensino de matemática possibilita processos que induzem os participantes a refletir e ressignificar os conhecimentos matemáticos que tenham sido mobilizados. Essa mudança conceitual e postural é o resultado da rede de saberes que a história mobiliza durante o processo de aprendizagem e construção dos conceitos. Durante o ensino, os professores de matemática têm que ser conscientes de sua importância na elaboração dos conceitos pelos alunos.

Nesse momento, apresentamos como é possível essa ressignificação dos conceitos e como a inserção do momento histórico, trazido para a sala de aula, permite modificá-los. A atividade possibilitou aos professores em formação verem potencialidades que não eram imaginadas na época do tratado. São reflexões como essas que nos motivam a continuar na elaboração de novas atividades.

As atividades devem ser elaboradas com o intuito da construção de interfaces entre a história e o ensino de matemática, descrita por Saito e Pereira (2019). Facilitando atividades didáticas reflexivas que ressignifiquem os conceitos aritméticos tão profundamente arraigados na nossa sociedade.

Referências

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 3 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

CHAQUIAM, M. **Ensaios temáticos:** História da matemática em sala de aula. Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2017. 241 p.

D'AMBROSIO, U. A interfase entre História e Matemática: uma visão histórico-pedagógica. In: FOSSA, John A. **Ensaios sobre Educação e História da Matemática.** Rio Claro: Sbhmat, 2000. p. 241-271.

FRIED, M. N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? **Science And Education**, [s.l.], v. 10, n. 4, p.391-408, jul. 2001. Springer Nature.

MAOR, E. e: **A História de um Número**. Lisboa: Gradiva, 2006. 268 p.

MARTINS, E. B. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John napier descritas no tratado R*abdologiae* de 1617**. 2019. 104 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2009.

MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **História na Educação Matemática:** Proposta e Desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. (Coleção Tendências em Educação Matemática, n. 10).

NAPIER, J. **De Arte Logistica**. [s.n.] Edinburgo, 1839.

NAPIER, J. **Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio**. Edinburgo e Londres: William Blackwood e Sons, 1619

NAPIER, J. **Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio**. Edinburgo: Andreas Hart, 1614.

NAPIER, J. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo**: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus acessit e arithmeticea localis liber unus. Edinburgh: Andrew Hart, 1617.

NAPIER, M. **Memoirs of John Napier of Merchiston: his Lineage, Life and Times, with a History of the Invention of Logarithms**. Edinburgo e Londres: William Blackwood e Thomas Cadell, 1834.

PEREIRA, A. C. C.; MARTINS, E. B. e SILVA, I. C. E**volução histórica da multiplicação do século X ao XVI: Construindo interfaces para o ensino**. Belém: SBEM-PA, 2017.70p.

PEREIRA, A. C. C.; MARTINS, E. B. **o ensino de aritmética por meio de innstrumentos: Uma Abordagem utilizando do Rabdologiae seu numerationis per virgula**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. 98p.

PEREIRA, A. C. C.; PEREIRA, D. E. Ensaio sobre o uso de fontes históricas no ensino de matemática. **Rematec**: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Natal, v. 10, n. 18, p.65-78, jan/abr. de 2015.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 25, n. 13, p.342-372, Jan./Abr., 2019.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais... .** Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 12.

PEREIRA, A. C. C.; VASCONCELOS, C. B. Construindo uma proposta pedagógica por meio de materiais manipulativos: Apresentando a fatoração algébrica estudada no LABMATEN/UECE. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Educação Matemática no Ceará.** Fortaleza: Premius Editora, 2014. Cap. 1. p. 9-27.

RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E. e CORRIGAN, A. **The Life and Works of John Napier**. Switzerland: Springer, 2017. 994p.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, 2016, p. 3-19.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 259 p.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de Matemática. **Rematec: História de Práticas Matemáticas**, Natal, v. 16, n. 9, p.25-47, maio/ago. 2014.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63p.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru , v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

STEWART, D., and MINTO, W. **An Account of the Life, Writings and Inventions of John Napier of Merchiston**. Edinburgo:R. Morison Jr, 1787.

CAPÍTULO 4

O USO DO ÁBACO DE GERBERT PARA COMPREENSÃO DO ALGORITMO DA MULTIPLICAÇÃO MODERNA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Suziê Maria de Albuquerque

1. Introdução

O ensino de multiplicação, no Brasil, está contemplado nas diretrizes curriculares, com ênfase nos anos iniciais do ensino fundamental, sendo os conceitos envolvidos para a realização dessa operação ampliados nos anos finais desse nível de ensino (BRASIL, 2017). O mesmo documento norteador indica que, além do conteúdo em si, é necessária a utilização de ábacos e calculadoras para facilitar o entendimento desse assunto.

Porém, a inserção desses recursos requer que eles estejam imersos em situações que favoreçam a compreensão dos conceitos matemáticos a serem mobilizados em seu uso. Assim, importa conhecer o contexto histórico em que tais conhecimentos foram elaborados, para que esses possam ser incorporados no ensino (SAITO; DIAS, 2013).

Nesse sentido, Miguel (2004) aponta a história da matemática como um campo que oferece recursos para a reflexão crítica de conceitos. A partir disso, buscou-se, na malha histórica, documentos que, abordados em uma vertente historiográfica atualizada[36], oportunizassem a emersão de potencialidades didá-

36 Vide Saito (2015).

ticas para o ensino da operação de multiplicação na construção de uma interface[37] entre a história e o ensino de matemática.

De acordo com Pereira e Saito (2019), uma interface desse tipo tem início com a escolha de um documento histórico[38], a partir do qual são realizados dois movimentos: um no sentido de compreender o contexto de elaboração, transmissão e transformação de conceitos matemáticos no passado e um outro, denominado de movimento do pensamento, que se volta para a formação dos conceitos, buscando que esses sejam entendidos fazendo uso de conceitos modernos.

Diante do exposto, selecionou-se o ábaco contido no *Traité de Gerbert*, escrito por volta do ano de 976, na versão publicada em 1843. Optou-se, portanto, em explorar o uso desse instrumento em consonância com as regras de multiplicação propostas por Gerbert de Aurilac (946-1003).

A pesquisa com o tipo de abordagem apresentada, na construção da interface proposta, demandou a realização de um estudo inicialmente documental, fundamentado na análise das esferas contextual, historiográfica e epistemológica (ALFONSO-GOLDFARB; FERRAZ; WAISSE, 2013), com base no material histórico levantado e na preparação desses conteúdos para uma experiência colaborativa na formação de professores.

No decorrer deste capítulo, serão apresentados o contexto de elaboração das matemáticas no período de Gerbert, bem como o planejamento e desenvolvimento da interface construída. Entretanto, voltando-se apenas para o elemento que emerge da atividade formativa, que é a compreensão do algoritmo da multiplicação, tendo em vista que o uso do ábaco medieval pro-

37 Por interface, entende-se: "[...] um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático com vistas a elaborar outras tantas ações (didáticas e/ou pedagógicas) que busquem articular história e ensino de matemática" (SAITO, 2016, p. 6).

38 Vide Silva (2018).

porcionou aos professores em formação ressignificarem seus conhecimentos sobre o assunto e a elaborarem uma nova maneira de realizar tal procedimento.

2. O contexto histórico de elaboração das ideias matemáticas por volta do ano mil que emergem do *Traité de Gerbert*, publicado em 1843

O Traité de Gerbert foi escrito pelo religioso e erudito de Aurilac, por volta do ano de 946 da era cristã, no território do Reino da França e endereçado a um de seus discípulos, o monge católico Constantino. Justamente na transição entre os séculos X e XI, quando o Ocidente Latino vivenciava a recuperação de textos da antiguidade clássica, sobretudo no que corresponde à reorganização das sete artes liberais que abrangem o *Trivium*[39] e o *Quadrivium*[40].

O acesso a esses materiais influenciou a escrita de materiais, como "*Regula de Abaco Computi*", "*Libelus De Numerorum Divisione*" e "*De sphaerae constructione*", dentre outros tratados de música e astronomia, que foram atribuídos a Gerbert de Aurilac, no período em que o referido religioso beneditino lecionou no mosteiro de Reims (972-982). Vale ressaltar que essa escola é considerada, na atualidade, uma das antecessoras das primeiras universidades que seriam inauguradas em meados no século XII (ATKINSON, 2005).

Gerbert, após receber formação religiosa, destacou-se nos conhecimentos das artes, colaborou na estruturação da escola de Reims com a aquisição, reprodução e disseminação dos ensinamentos contidos em textos antigos gregos que estavam em pos-

39 Conjunto das artes liberais formado pela lógica, gramática e retórica.

40 Conjunto das artes liberais composto pelas áreas da aritmética, astronomia, geometria e música.

se do povo árabe. Em torno desse erudito, na região de Reims, reuniam-se personalidades políticas e religiosas da época com o intuito de se instruírem nas artes (RICHER, 1845).

Esse movimento intelectual foi impulsionado pelos governos das dinastias Carolíngia (751-987) e Capetiana (987-1328), com o recuo nas invasões bárbaras[41] no século X, favorecendo, assim, a reestruturação das cidades e o desenvolvimento comercial. Esses fatores demandaram o emprego de técnicas de cálculo com grandes números, tendo em vista que o sistema de numeração empregado do medievo cristão era o romano, no qual prevalecia a característica cardinal em detrimento da ordinal (MILLES, 1999).

Nesse cenário, fez-se necessário, além do uso do ábaco romano[42] e de tabelas com resultados prontos para consulta, o emprego de símbolos e regras que dessem agilidade na obtenção dos valores a serem cobrados nas mercadorias comercializadas. Além disso, era preciso realizar cálculos de grandes distâncias, tendo em vista os deslocamentos entre as cidades e a mensuração de terras (LE GOFF, 2003).

Sobre o cálculo de distâncias inacessíveis, Gerbert (1843) menciona que o ábaco seria um auxílio no uso de outro instrumento do período, o Bastão Geométrico[43]. Para obter o resultado do valor das medições, seria necessário realizar multiplicações e divisões. Por esse motivo, o *Traité de Gerbert*, na versão de 1843, não mostra, de forma explícita, a adição e a subtração no ábaco, apenas as duas operações citadas anteriormente.

Ademais, o texto de Gerbert (1843) não traz a descrição do ábaco que era utilizado, apenas expõe a dedicatória intitulada "*De Gerbert ao seu aluno Constantino*"[44] (GERBERT, 1843, p.

41 Vide Le Goff (2016).

42 Vide Ifrah (2007) e Ibiapina (2014).

43 Vide Eveilleau (2014) e Le Goff (2003).

44 Vide "*Gerbertus suo scolasticus Constantine*" (GERBERT, 1843, p. 295).

295, tradução nossa), seguida de vinte e cinco casos para a prática da operação multiplicativa, que tem início com a multiplicação por unidades, logo após a multiplicação por dezenas, centenas, milhares, dezenas de milhares e centenas de milhares. A segunda parte do tratado contém dez capítulos sobre a divisão dos números, que serão explorados em pesquisas posteriores.

Para os cálculos da operação de multiplicação, são apresentadas orientações do seguinte tipo: "se multiplicarmos um número das unidades por um número das unidades, daremos ao dígito a coluna das unidades e o artículo a coluna das dezenas"[45] (GERBERT, 1843, p. 282, tradução nossa). Os demais casos que se seguem adotam procedimentos análogos, ao serem alteradas as posições dos números nas colunas a serem multiplicadas.

Apesar de o texto de Gerbert (1843) não trazer a descrição da estrutura física do instrumento, pela regra exposta, observa-se que os números multiplicados foram dispostos em colunas e que estas influenciaram no registro do resultado. O número obtido na operação era inserido no instrumento em termos de dígitos e artículos, o que remete à questão do valor relativo e absoluto de um número, ou seja, a ordem de registro importa e esta é indicada pela coluna em que o número foi inserido.

Essa conjectura inicial sobre o ábaco utilizado por Gerbert (1843), foi consolidada nesta pesquisa quando se teve acesso aos escritos de Richer e Bernellinus, discípulos de Gerbert, que escreveram sobre o referido instrumento.

Richer (1845), ao relatar a história de seu tempo, descreve a construção do ábaco utilizado por seu mestre, destacando

45 Vide "Si l'on multiplie um nombre des unités par un nombre des unités, on donnera au digit la colonne des unités et l'article la colonne des dizaines" (GERBERT, 1843, p. 282). Essa tradução de Chasles está escrita junto a notas explicativas do tradutor sobre as regras de multiplicação. O mesmo traduziu apenas os dois primeiros casos, informando que os demais eram análogos a esses. Assim, seguiu-se esse padrão de tradução para o restante dos casos de multiplicação.

que Gerbert dividiu uma tábua em "[...] vinte e sete partes, nas quais ele tinha nove sinais expressando todos os números. Ele fez os mesmos mil caracteres em chifre que foram organizados nos vinte e sete compartimentos do ábaco [...][46]" (RICHER, 1845, p. 61-63, tradução nossa). Os nove símbolos mencionados correspondem aos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Porém, com formato até então não esclarecido.

A evidência histórica apresentada revela que um mesmo símbolo poderia ser utilizado para representar diversas quantidades, a depender da posição que esse ocuparia, diferentemente do sistema de numeração romano em vigor. Bernellinus, em seu texto "*Liber abaci*"[47], detalha a estrutura e o funcionamento do ábaco com trinta colunas, três a mais do que o citado por Richer (1845). Entretanto, o princípio de funcionamento da ferramenta de cálculo é o mesmo utilizado por Gerbert (1843).

Diante de tais descrições, em buscas por outros manuscritos originais de datas aproximadas da produção intelectual de Gerbert, foi localizada a imagem de um ábaco de colunas no trabalho de Burnett (2010). Segundo esse autor, tal manuscrito teria sido encontrado na biblioteca da cidade de Trier[48], por volta da segunda metade do século XX, dentro de uma bíblia gigante que pertencia ao abade de Trier, *Regimbertus* (1051-1081).

Esse documento foi escrito em Echternach, Luxemburgo. Vale ressaltar que, junto do instrumento, estavam anexas as regras de multiplicação e divisão semelhantes às de Gerbert. Esse material corresponde a uma placa de pergaminho[49] em formato

---

46 Vide "[...] vingt-sept parties, sur lesquelles il disposa neuf signes, experimant tous les nombres. Il fit de même mille caracteres em corne, qui, disposés dans les vingt-sept compartimentes de l'abaque [...]" (RICHER, 1845, p. 61-63).

47 Vide Olleris (1867).

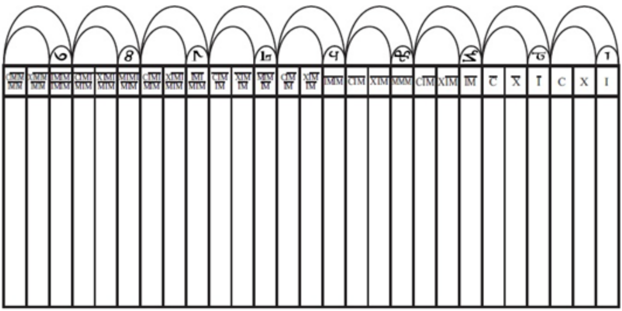
48 Uma das mais antigas cidades Alemãs.

49 Vide Brown (2010), o processo de produção de pergaminhos medievais e a produção de manuscritos.

de pôster dividida em exatamente 27 colunas, como indicado por Richer (1845).

A partir dos indícios historiográficos apresentados, foi realizada a reconstrução do instrumento (Figura 1), por meio de ferramentas computacionais, o que permitiu ampliar a visualização de sua estrutura, bem como oportunizar o manuseio do instrumento após a impressão.

Figura 1 — Reconstrução do ábaco de Echternach

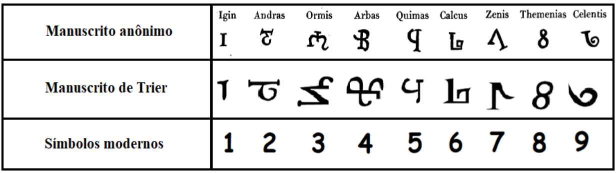


Fonte: Adaptado de Trier Stadtbibliothek (1081).

Além das vinte e sete colunas citadas por Richer (1845), nota-se a existência de arcos grandes envolvendo grupos de três colunas que correspondem ao que se chama, na modernidade, de classe numérica. Na composição de cada classe, por sua vez, aparecem outros dois arcos, um menor envolvendo a primeira ordem e outro intermediário envolvendo a segunda e terceira ordem.

Chasles (1843), ao explicar esse tratado anônimo, associa os arcos à função do que se conhece, atualmente, como a vírgula ou o ponto que ajuda na leitura e indica a posição dos números, sobretudo quando possuem grandes valores. As colunas (unidades, dezenas, centenas, ...) são indicadas por algarismos romanos na parte superior. Outros elementos identificados são vistos dentro dos arcos menores de cada classe, nove símbolos (Figura 2) que, possivelmente, eram utilizados em formato de fichas para representar os números no instrumento.

Figura 2 — Símbolos numéricos presentes no manuscrito de Trier em correspondência com os algarismos modernos



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Diante do exposto, percebe-se que, com relação aos algarismos modernos, o princípio de representação dos números é mantido, mudando apenas a simbologia para os números de um a nove, mas permanecendo a correspondência de quantidades.

O uso do décimo símbolo, o zero, foi suprimido por Gerbert, apesar deste ser encontrado em outros manuscritos medievais com o nome de *Sipos*, o símbolo para representar o vazio, formado por uma figura circular contendo um ponto no meio (CHASLES, 1843). No ábaco, não se fazia necessário o uso do zero, pois bastava que a coluna estivesse vazia, diferenciando-se do algoritmo da multiplicação moderna que utiliza o zero, tendo em vista que as colunas das ordens são suprimidas.

Esses achados históricos conduziram a uma conversa entre os conhecimentos matemáticos do presente e os do passado, oportunizando vislumbrar o uso desses recursos históricos na formação de professores de matemática, sobretudo das regras de Gerbert

(1843) para a operação de multiplicação, o ábaco reconstruído (Figura 1) e os símbolos numéricos antigos e modernos (Figura 2). A seguir, serão descritos o planejamento e o desenvolvimento de uma atividade desenvolvida em quatro momentos formativos, que oportunizaram a emersão de elementos que poderão ser incorporados na prática profissional dos professores colaboradores.

3. O planejamento e o desenvolvimento da atividade: o uso do ábaco de Gerbert na formação de professores

A atividade na construção da interface intitulada "O manuseio do ábaco de Gerbert para o caso da multiplicação dos números" se inseriu no Programa de Formação Docente (PFD), vinculado ao Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Sendo planejada em formato de um curso de extensão universitária, realizado no Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LAbMAtEn/UECE), realizado no período de 19 a 21 de novembro de 2018, com carga horária de 15h/a.

O intuito dessa iniciativa foi priorizar a formação inicial de professores que ensinam matemática, oportunizando diálogos entre o conhecimento acadêmico (teórico) e o saber profissional (prática), adotando a perspectiva colaborativa de Desgagné (2007), para a condução da pesquisa. Os colaboradores dessas atividades foram um docente pesquisador, um docente observador e oito professores participantes em formação inicial, cursando Licenciatura em Matemática pela UECE.

Durante os momentos da AOE, os professores se organizaram em dois grupos com três participantes e um grupo com um participante, tendo em vista o caráter da construção social de conhecimentos, pressuposto da AOE, proposta por Moura (2016, p. 95), pois "[...] é nesse movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações [...]". Ressaltando a importância da interação entre os participantes, bem como destes com os pesquisadores.

As ações nos grupos e entre grupos foram mediadas por um professor pesquisador, que assumiu a função de mediador, intervindo durante as vivências e interações dos participantes, lançando questões desencadeadoras de ideias, questionando os posicionamentos dos professores em formação.

Essas definições são importantes, uma vez que o foco da atividade descrita se volta para o ensino quando levanta questões de ordem didática, não se findando a questões da aprendizagem de conteúdo, parte-se do pressuposto de que os colaboradores têm conhecimentos solidificados sobre a multiplicação.

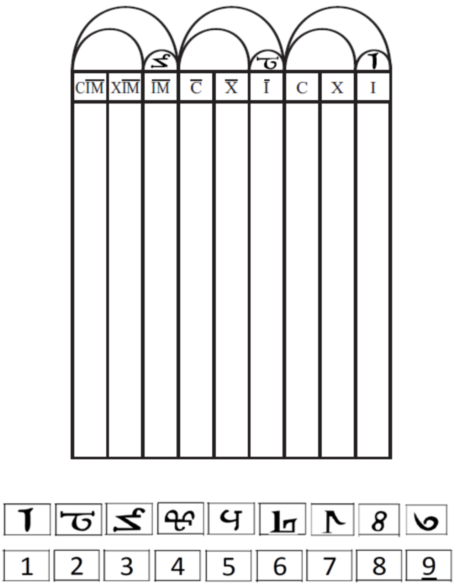
Todavia, como objetivo de pesquisa, fez-se necessário conhecer os elementos que emergem a partir do uso do ábaco de Gerbert por professores em formação inicial. Para tanto, baseando-se em Saito e Dias (2013), na intenção de construir uma interface, foram realizados três passos no planejamento e execução de uma AOE: o **tratamento didático**, a **intencionalidade** e o **plano de ação** e o **desenvolvimento**.

Nesse sentido, começou-se pelo **tratamento didático** do *Traité de Gerbert*, na versão publicada em 1843, no idioma francês por Michael Chasles, membro da academia de ciências da França. Esse processo teve início com a tradução do texto para o português, seguido do acréscimo de uma nota de rodapé, indicando os locais de registro do multiplicando (na primeira linha do ábaco) e do multiplicador (na última linha do instrumento).

O motivo de fazer essa modificação foi a observação em outros tratados do mesmo período, nos quais o registro da operação era visualizado dessa maneira. Além disso, houve a intenção de tirar os professores da zona de conforto, isto é, do modo que eles costumavam operar, adotando o algoritmo moderno.

Além das adaptações do texto, foram confeccionados ábacos (FIGURA 3) em tamanhos ampliados (59,4 cm x 42 cm), por meio de impressão gráfica, em que foi afixado papel adesivo transparente, permitindo, assim, a escrita com pincel removível. Dessa maneira, o calculista poderia usar tanto as fichas com os algarismos antigos e os modernos, quanto os pincéis, facilitando o uso do instrumento.

Figura 3 – Ábaco confeccionados para o uso na formação de professores



Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Pensando na utilização dos recursos didáticos produzidos, elaborou-se a proposta formativa, de acordo com **a intencionalidade e plano de ação da AOE**. Essas informações podem ser identificadas no Quadro 1, que apresenta os momentos da atividade e seus respectivos objetivos junto aos professores em formação.

Quadro 1 – Objetivos dos momentos da AOE

MOMENTOS DA AOE		OBJETIVOS	C/H
MOMENTO 01	Identificando a estrutura do Ábaco de Gerbert e a multiplicação dos números.	• Elencar os conhecimentos mobilizados na estrutura do Ábaco de Gerbert. • Compreender a ideia inicial da multiplicação dos números no instrumento estudado.	5 h/a
MOMENTO 02	Manuseando o Ábaco para os casos da multiplicação dos números.	• Compreender a ideia inicial da multiplicação dos números no instrumento estudado. • Identificar os conceitos matemáticos envolvidos na multiplicação dos números no ábaco.	3h/a
MOMENTO 03	Elaborando modelos para a multiplicação dos números.	• Elaborar algoritmos diversos para a multiplicação dos números, utilizando as regras de Gerbert (1843).	3h/a
MOMENTO 04	Formalizando os procedimentos adotados nas multiplicações realizadas.	• Formalizar matematicamente os procedimentos de cálculos realizados no ábaco.	2h/a

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Com base nos conteúdos e objetivos traçados, foi dado início ao **desenvolvimento da atividade**, que, em seu decorrer, foi sintetizado pelas seguintes ações nos grupos formativos: leitura do texto histórico, manuseio do ábaco, reflexões matemáticas sobre o uso do instrumento, identificação de conceitos matemáticos e a elaboração de modelos voltados para o ensino.

Durante a realização dessas ações, foram realizados registros por meio de relatórios escritos pelos grupos, além de gravações em áudio, vídeo e registro fotográfico, que permitiram consulta posterior. Os dados coletados foram submetidos à Análise de Conteúdo que, na perspectiva de Bardin (2011, p. 15), consiste em

> "[...] um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento que se aplicam a "discursos" (conteúdos e continentes) extremamente diversificados".

Considerando-se a atividade completa, visualizou-se os conteúdos obtidos pelos participantes em sua totalidade. Sendo esses organizados de acordo com o sentido do registro, de forma que emergiram 22 núcleos de sentido e estes foram agrupados em quatro categorias: compreensões acerca do significado e representação dos números; identificação de conceitos matemáticos na estrutura física do ábaco; o desafio da multiplicação dos números no manuseio do ábaco e, por fim, reflexões sobre a utilidade e funcionalidade do ábaco.

Entretanto, serão descritos, a seguir, de forma particular, no interior da terceira categoria de análise, os elementos que emergiram com relação à compreensão do algoritmo da multiplicação moderno. Vindo à tona alguns elementos de ordem histórica e didática que surgiam no desenvolvimento da atividade, utilizando o ábaco e as regras de Gerbert (1843) na formação inicial de professores.

4. Compreensões sobre o algoritmo da multiplicação por meio do uso do ábaco de Gerbert no contexto da formação de professores de matemática

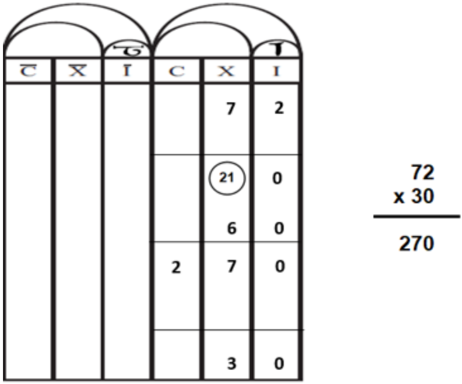
A multiplicação dos números no ábaco começou a ser discutida desde o contato inicial com o texto e o instrumento histórico que foi entregue aos grupos, mesmo que os participantes não o tivessem compreendendo ainda, mas, para saberem o que significavam os termos dígitos e artículos, precisaram refletir sobre as regras, buscando os pré-requisitos para efetuar os cálculos. A partir disso, foram elencadas hipóteses para a obtenção dos resultados pelo modo de como os antigos operavam entre as ordens do instrumento, tendo em vista que Gerbert (1843) aponta apenas o local do registro dos resultados.

O processo anterior ao registro foi apontado pelos professores como o resultado de somas de mesma parcela. Essa observação foi evidenciada quando informado que "para você fazer uma multiplicação necessariamente precisa somar, uma multiplicação são somas sucessivas" (GRUPO 1, 2019). Apesar de não se ter indícios históricos de que os calculistas medievais praticam a multiplicação dessa maneira, tal hipótese colaborou na compreensão do funcionamento do instrumento.

Tendo em vista que Brasil (2017) considera que essa ideia de multiplicação como soma de fatores iguais deva avançar para outras perspectivas, essa é uma ideia inicial na base do raciocínio multiplicativo para ser, posteriormente, diversificado, podendo contemplar a resolução de problemas no contexto didático do professor.

Na busca por compreender o manuseio do ábaco de Gerbert, os participantes se lançaram a multiplicar alguns valores, dentre eles, 72 por 30 (FIGURA 4). No detalhamento dos cálculos, percebe-se um equívoco por meio do seguinte questionamento: "onde está o erro aqui?" (GRUPO 1, 2019). Ao se multiplicar um número das dezenas por um número das dezenas, o resultado final se encontra na ordem das centenas. Todavia, o impasse é notado pelo grupo e os participantes chegam ao consenso de fazer os cálculos seguindo o método "normal", ou seja, o algoritmo moderno.

Figura 4 — Dificuldade na multiplicação no ábaco e no cálculo moderno



Fonte: Albuquerque (2019, p. 101).

Entretanto, foi percebido que o grupo continuou obtendo o mesmo resultado. Isso significa que, ao utilizar o algoritmo moderno, não houve reflexão sobre o porquê de registrar o resultado em cada local, registraram o resultado de forma mecânica, diferentemente do que aconteceu quando os mesmos recorreram ao recurso histórico.

Evidenciando, assim, que a utilização do ábaco, de alguma maneira, colaborou na ressignificação que eles já sabiam, emergindo reflexões e sendo possível concluir que "é porque dezena por dezena dá a centena, porque você tem que usar as propriedades deles" (GRUPO 1, 2018). Às propriedades mencionadas, os professores se referiam às regras de cálculo que dispunham no cartão de recursos.

Reflexões desse tipo prepararam os grupos para o terceiro momento da atividade, que consistiu na elaboração de estratégias para a multiplicação de 25847 por 42, utilizando o ábaco de Gerbert e as regras de multiplicação dadas. Dessa maneira, cada grupo foi convidado a elaborar, pelo menos, dois modelos de multiplicação e formalizar, matematicamente, os procedimentos que estavam sendo realizados.

Das produções gerais, foram selecionados quatro modelos de multiplicação escolhidos pelos grupos para exposição em momento de socialização. Diante disso, propôs-se, a seguir, a descrição de uma dessas alternativas de cálculo, permeada por discussão das estratégias implementadas.

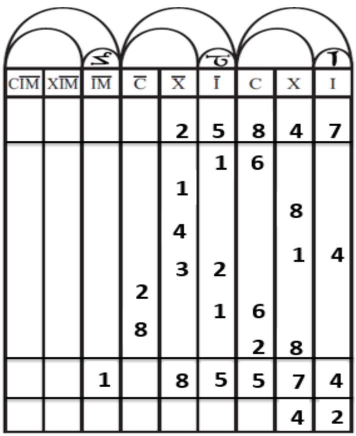
A partir disso, inicia-se a discussão com modelo que foi proposto pelo Grupo 1 (2019). Este traz um cálculo que não segue a ordem de multiplicação sempre da direita para a esquerda, como pressupõe o algoritmo moderno para tal realização. Logo, pode-se dizer que obedeceram a um princípio aleatório para a definição da ordem das colunas que iriam ser operadas. Essa consideração pode ser verificada na seguinte fala:

> Colocamos uma certa ordem, mas diferente do normal que a gente faz. Duas vezes 8 é a mesma coisa que duas vezes oitocentas unidades. Duas vezes 8 dá 16 e vai ficar dessa forma, porque duas vezes oitocentos da mil e seiscentos. Aí pego o 2 e multiplico por 5, que vai dar o quê? Vai dar dez mil [...] 40.8 só que a gente tem que ver que vai avançar uma casa porque aqui é a dezena [...] Isso aqui mostra que em qualquer ordem que você começar vai dar certo (GRUPO 1, 2019).

Observa-se, nesse procedimento, que o critério da aleatoriedade (FIGURA 5) não era algo convencional de ser utilizado pelos participantes para multiplicar, tendo em vista que é ressaltado, no início da explicação, que o normal é como se tem feito costumeiramente. Contudo, o referido grupo se aventurou em iniciar pela centena do multiplicando vezes a unidade do multiplicador, seguindo a multiplicação com dezenas de milhares vezes unidade e, assim, sucessivamente, de forma aleatória até que todas as colunas do multiplicando tivessem sido multiplicadas pelas colunas do multiplicador.

Dessa maneira, para obter os resultados parciais, como esse mesmo grupo havia concluído anteriormente, era necessário realizar "pequenas multiplicações". À vista disso, multiplicava-se, sem necessariamente iniciar pela coluna da unidade dos dois números que estavam sendo operados, diferenciando da sequência de cálculo do algoritmo moderno.

Figura 5 — A operação da multiplicação com produtos entre colunas aleatórias no ábaco



Fonte: Albuquerque (2019, p. 103).

Após realizar todas as multiplicações aleatórias e registro dos resultados nas colunas adequadas, atendendo à localização dos dígitos e artículos, de acordo com as regras de Gerbert (1843), foi efetuada a soma dos resultados parciais.

Retomando a multiplicação, pela explicação do Grupo 1 (2019), foram dadas as justificativas, por exemplo: por que multiplicar 2 vezes 8 resulta em 1600? Pois se trata de duas unidades vezes oito centenas.

Desse modo, a indicação das colunas, em unidade, dezena, centena, unidade de milhar, etc., ajuda a compreender o valor relativo do número que se está calculando e esse entendimento é essencial para o registro do resultado. Evidenciando, assim, que os professores em formação, além de encontrarem uma maneira diversificada para operar, identificaram tais conceitos que permeiam o procedimento adotado.

5. Algumas considerações

Este estudo apresenta uma proposta de interface entre a história da matemática e o ensino de multiplicação, na qual foi elaborado um conjunto de ações e produções que demandou a pesquisa por recursos didáticos que fossem capazes de possibilitar a abordagem significativa desse conteúdo que compõe o currículo escolar.

Diante do desafio de multiplicar utilizando os recursos do passado, os professores em formação mobilizaram estratégias de formas diferenciadas de efetuar a multiplicação, não sendo necessário utilizar sempre o mesmo algoritmo, mas surgindo a possibilidade de criar novos modelos.

Percebeu-se, com a atividade proposta, que esse ábaco apresenta potencial para a operação com diversos tipos de algoritmos para a multiplicação e isso se deu devido às regras de Gerbert indicarem apenas o local de registro dos resultados. Cabendo ao calculista buscar, no instrumento, estratégias para alcançar o resultado solicitado, podendo proporcionar futuras inserções desse recurso no ensino de matemática.

Referências

ALBUQUERQUE, S. M. de. **Um estudo sobre a articulação contida no *Traité de Gerbert* (1843) e o ensino na formação de professores de matemática**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; FERRAZ, M.; WAISSE, S. Reflexões sobre a constituição de um corpo documental para a história da ciência: um estudo de caso do brasil colônia e brasil reino. **Acervo - Revista do Arquivo Nacional**, v. 26 No 1 jan-Jun: Arquivos e história das ciências, n. 1, p. 42-53. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11959/brapci/107915>. Acesso em: 01 jan. 2020.

ATKINSON, L. When the Pope Was a Mathematician. **The College Mathematics Journal**, v. 36, n. 5, p. 343-362, 2005.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução de Augusto Luís Antero Reto. São Paulo, Edições 70, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em 10 de julho de 2019 às 20h 00min.

BROWN, D. A. **The abacus and the cross:** the history of the Pope who Brought the light of science to the Dark Ages. New York: Basic Books, 2010.

BURNETT, C. **Numerals and Arithmetic in the Middle Ages**. Ashgate Publishing Company: Burlington, 2010.

CHASLES, M. Règles de l'Abacus (traduction littérale). In Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 218 - 246. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>. Acesso em 16 de janeiro de 2018 às 18h 00min.

DESGAGNÉ, S. O conceito de pesquisa colaborativa: a idéia de uma aproximação entre pesquisadores universitários e professores práticos. **Revista Educação Em Questão**, v. 29, n.15, p. 7-35, 2007. Disponível em <https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/4443>. Acesso em 20 de agosto de 2019 às 15h 30min.

EVEILLEAU, T. Mesurer des longueurs inaccessibles avec des batons. **Association des Professeus de Mathématiques de L'Enseignement Public**. n. 510, p. 424-428, 2014. Disponível em: < https://www.apmep.fr/Mesurer-des-longueurs>. Acesso em 07 de fevereiro de 2019 às 18h 00min.

GERBERT. Traité de Gerbert. In: Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 281 - 295. Tradução por Michael Chasles. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>. Acesso em 16 de janeiro de 2018 às 18h 00min.

IBIAPINA, W. F. **Uso Pedagógico do ábaco romano para o ensino do algoritmo de multiplicação.** 2014. 190 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

LE GOFF, J. **A Civilização do Ocidente Medieval.** Petrópolis: Editora Vozes, 2016.

LE GOFF, J. La mesure par visée des grandeurs inaccessibles. In: IREM. **Cercle d'Histoire des Siences de l'IREM de B. N**. Caen, 2003. Disponível em: <https://www.encyclopedie-universelle.net/Mesure-visee-grandeurs-inaccessibles.pdf >. Acesso em 07 de fevereiro de 2019 às 18h 30min.

MIGUEL, A. *et al*. A Educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, v. 27, 2004.

MILLES, P. C. Contar, calcular, compreender: a aritmética na Idade Média. *In*: FRANÇA, A. *et al*. **Trivium & Quadrivium**: as artes liberais na Idade Média. Cotia: Íbis, 1999.

MOURA, M. O *et al*. A atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre o Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. de (org). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016.

OLLERIS, A. **Oeuvers de Gerbert Pape sous le nom de Sylvestre II: collationnées sur les manuscrits**. Paris: LIBR.-ÉDITEU, 1867

PEREIRA, A. C.C.; SAITO, F. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 1, p.405-432, 2019b. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41337/pdf>. Acesso em: 02 mai. 2019.

RICHER. **Histoire de son temps.** Paris: L'imprimerie de Crapelet, 1845. 4 v. Traduzido por J. Guadet.

SAITO, F.; DIAS, M. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI**. Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SILVA, I. C. da. **Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática**: buscando critérios na articulação entre história e ensino. 2018. 93f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

CAPÍTULO 5

MOBILIZANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DO INSTRUMENTO HISTÓRICO CÍRCULOS DE PROPORÇÃO: UM OLHAR PARA A FORMAÇÃO DOCENTE

Verusca Batista Alves

1. Introdução

No âmbito da educação matemática, algumas pesquisas são direcionadas a investigar a inserção de recursos didáticos provenientes da história[50], que visem ampliar as possibilidades no que diz respeito ao ensino. Um desses estudos se pauta na construção de uma interface entre a história e o ensino de matemática[51] através dos instrumentos matemáticos históricos, que incorporam conhecimentos e que podem ser explorados para o ensino de matemática (SAITO; DIAS, 2013; CASTILLO; SAITO, 2016).

Um desses instrumentos são os círculos de proporção de William Oughtred (1574-1660). Ele está contido em um tratado intitulado: *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*, que teve sua primeira versão manuscrita em 1622 (ALVES; PEREIRA, 2018).

Associada à construção de uma interface está a formação de professores de matemática[52], que visa ampliar as ações docen-

50 Para mais, vide: Pereira (2015); Saito (2014); Jahnke *et al.* (2002); Mendes (2006); Miguel e Mendes (2010).

51 Para mais, vide: Saito e Dias (2013), Pereira e Saito (2019).

52 Para mais, vide: Pereira e Saito (2019); Saito e Dias (2013); Saito (2015, 2019); Alves e Pereira (2018, 2019); Albuquerque e Pereira (2018); Batista e Pereira (2018).

tes no que diz respeito à inserção de recursos provenientes da história da matemática. Com isso, neste capítulo, é apresentado um recorte da dissertação intitulada: *Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred*, sobre os círculos de proporção e uma atividade de um curso de extensão universitária, voltado à formação continuada de professores de matemática.

2. Uma breve contextualização: conhecendo o tratado e os círculos de proporção

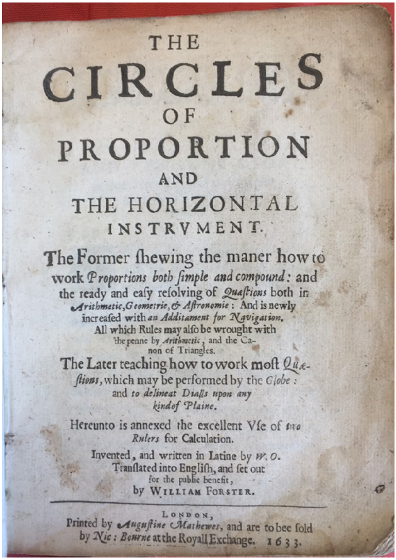
O século XVII foi palco de diversas mudanças no que diz respeito a fatores sociais, culturais, econômicos, políticos, dentre outros (SAITO, 2015). Foi, nesse momento, que se iniciaram as discussões a respeito da caracterização do que seria a "nova ciência" que deveria ser reconstruída sob novas bases e descartar os conhecimentos da antiguidade clássica (ALVES; PEREIRA, 2018).

Especificamente em Londres, durante o reinado de Elizabeth, a cidade se tornou o centro de ensino sobre as matemáticas da época e também da fabricação de instrumentos matemáticos, tais como o barômetro, o relógio de sol, o quadrante, a esfera armilar, a régua de cálculo, dentre outros, e a publicação de tratados que continham sobre esses instrumentos.

Nesse período, os tutores particulares divulgavam seus ofícios e publicavam seus tratados que versavam sobre diversos conteúdos matemáticos. Esses tratados, em sua maioria, expressavam, em seu conteúdo, características físicas e o manuseio dos instrumentos a eles associados. Um desses foi *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment (1633)* (figura 1), de autoria de William Oughtred (1574-1660), um clérigo inglês.[53]

53 Para conhecer mais sobre a biografia de William Oughtred, vide: Cajori (1916).

Figura 1 – Frontispício de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment,* 1633.



THE
CIRCLES
OF
PROPORTION
AND
THE HORIZONTAL
INSTRVMENT.

The Former ſhewing the maner how to work *Proportions both ſimple and compound:* and the ready and eaſy reſolving of *Queſtions* both in *Arithmetic, Geometrie, & Aſtronomie:* And is newly increaſed with *an Additament for Navigation.* All which Rules may alſo be wrought with the penne by *Arithmetic*, and the Canon of Triangles.

The Later teaching how to work moſt *Queſtions*, which may be performed by the *Globe:* and *to delineat Dialls upon any kind of Plaine.*

Hereunto is annexed the excellent Vſe of *two Rulers* for Calculation.

Invented, and written in Latine by *W. O.* Tranſlated into Engliſh, and ſet out for the public benefit, by WILLIAM FORSTER.

LONDON,
Printed by *Auguſtine Mathewes*, and are to bee ſold by *Nic: Bourne* at the Royall Exchange. 1633.

Fonte: Oughtred (1633, frontispício).

O tratado foi manuscrito por volta de 1622, quando William Oughtred compilou, em sua obra, várias ideias sobre as matemáticas teóricas e a respeito de um instrumento matemático[54]. No entanto, ele não tinha interesse de tornar público seu texto e seu instrumento e, somente 10 anos depois, um de seus alunos, William Forster (fl.1632-1673), levou a público essa obra, devido a um embate com outro estudioso, que dizia ser o criador de um instrumento circular, semelhante ao de Oughtred (1633).

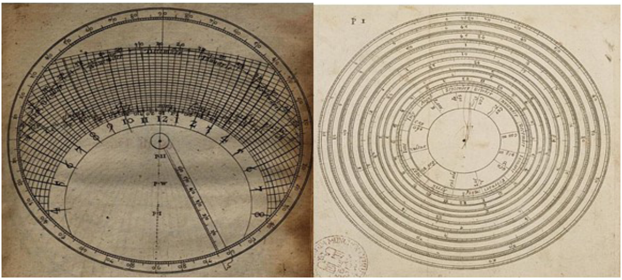
54 Apoia-se, na definição de Saito (2014), que instrumentos matemáticos eram assim denominados, pois tinham a finalidade de medir aquilo que Aristóteles denominava ‘quantidades’ (ângulos e distâncias). Para mais sobre os instrumentos e suas categorias, segundo um aporte histórico, vide: Van Helden e Hawkins (1994); Taub (2009); Warner (1990).

Em seu tratado, William Oughtred compilou diversos conteúdos matemáticos e apresentou um instrumento com duas faces, conforme ele diz:

> Existem dois lados deste instrumento. De um lado, como se fosse à planície do horizonte, é delineada a projeção da esfera. Do outro lado, existem vários tipos de círculos, divididos depois de várias maneiras, junto com um indicador a ser aberto depois, à maneira de um par de compassos (OUGHTRED, 1633, p. 1, tradução nossa).

Entende-se que o instrumento possui dois lados distintos (frente e verso). O primeiro lado, mencionado por Oughtred (1633), refere-se ao instrumento horizontal e o segundo lado, aos círculos de proporção, conforme figura 2.

Figura 2 – Instrumento horizontal (esquerda) e círculos de proporção (direita).



Fonte: Oughtred (1633, p. P1, P195)

A organização do tratado também tem relação com os lados do instrumento citado. Embora, na primeira explicação, Oughtred (1633) cite primeiro o instrumento horizontal, a primeira parte da sua obra, na verdade, refere-se aos círculos de proporção.

Nela, "[...] mostra o uso *do primeiro lado do instrumento*, para o trabalho de proporções simples e compostas, e para a pronta e fácil resolução de questões tanto na Aritmética, Geometria e Astronomia, por cálculo" (OUGHTRED, 1633, p. 1, tradução nossa). Além disso, essa parte está organizada em 14 capítulos sobre diversos tópicos matemáticos.

Já a segunda parte é organizada em 30 tópicos listados e trata do instrumento horizontal, "[...] para o trabalho da maioria das questões que podem ser realizadas pelo Globo, e a declinação de medições, em qualquer tipo de planície" (OUGHTRED, 1633, p. 113, tradução nossa).

A respeito dos círculos de proporção, foco desse estudo, William Oughtred o descreve como sendo diversos "[...] tipos de círculos, divididos depois de várias maneiras, junto com um indicador a ser aberto depois, à maneira de um par de compassos" (OUGHTRED, 1633, p. 1, tradução nossa). Essas divisões, que o autor menciona, são oito escalas graduadas de formas distintas. Já o par de compassos é referente a dois indicadores, que Oughtred (1633) chama de braço antecedente e braço consequente.

Para o manuseio do instrumento, Oughtred (1633) apresenta uma explicação breve de como manipular os indicadores da seguinte forma:

> Abra os braços do Instrumento à distância do primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o primeiro número até o terceiro, e assim o braço consequente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado (OUGHTRED, 1633, p. 5, tradução nossa).

Com isso, a partir dos fundamentos estabelecidos para o manuseio, Oughtred (1633) associa diversos conteúdos matemáticos, práticos, que podem ser solucionados através do instrumento.

No entanto, em sua dedicatória, Oughtred (1633) deixa claro que ele defende a matemática pela demonstração. Assim, ele argumenta a favor do uso do instrumento somente após uma boa base teórica sobre as matemáticas.

3. A atividade

Levando em consideração que instrumentos, como os círculos de proporção, incorporam e constroem conhecimentos matemáticos (SAITO, 2019) e sabendo da importância da formação continuada de professores de matemática, junto ao Programa de Formação Docente (PFD) do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), elaborou-se um curso de extensão universitária[55], cujo público-alvo foram discentes do Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

O desenvolvimento de uma atividade na interface história e ensino de matemática, segundo Saito e Dias (2013), segue três etapas inter-relacionadas que são: 1) Tratamento didático; 2) Intencionalidade e plano de ação; 3) Desenvolvimento. Aqui, dá-se ênfase, principalmente, à terceira etapa, o desenvolvimento.

Em relação ao desenvolvimento da atividade, ela teve sua base nos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), pois se entende que ela orienta objetivos, ações e operações que permitem organizar o processo de ensino. Nessa perspectiva, a atividade de estudo se organiza em três aspectos: tarefa de estudo, ações de estudo e ações de autoavaliação e regulação.

55 Para mais, sobre a estrutura e organização do curso, vide a dissertação: *Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred*.

A tarefa de estudo "[...] tem por finalidade a transformação do próprio sujeito, transformação essa que não é possível fora das ações objetais que este realiza" (MOURA *et al.*, p. 97). As ações de estudo permitem que os alunos, em suas condições individuais, construam relações, identifiquem ideias e as estruturem (MOURA *et al.*, 2016). Por fim, a ação de autoavaliação e regulação se relaciona à aptidão do aluno em avaliar as próprias ações no decorrer da atividade (MOURA *et al.*, 2016).

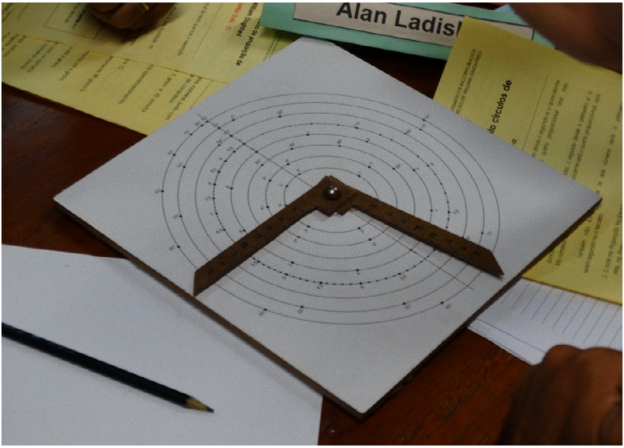
Desse modo, a atividade, que teve o título de: *A descrição e manipulação: identificando os conhecimentos matemáticos no instrumento círculos de proporção* e como objetivo: (re) significar alguns conceitos matemáticos através da manipulação dos círculos de proporção reconstruído, foi estruturada em quatro momentos.

Em relação à organização do ambiente, foi proposto aos participantes a divisão deles em grupos, caracterizando, assim, o trabalho coletivo que "[...] ancora o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, ao configurar-se no espaço entre a atividade interpsíquica e a atividade intrapsíquica" (MOURA *et al.*, 2016, p. 101). Com isso, foram formados quatro grupos. No entanto, aqui se dá ênfase a dois deles, que são: Grupo 1 e Grupo 3.

Além disso, foi disponibilizado aos grupos uma cesta com materiais de escrita e desenho para possíveis anotações, tais como lápis, borracha, caneta e um esquadro sem escalas, para serem utilizados conforme eles compreendessem ser necessário. Junto à cesta, foram entregues os círculos de proporção reconstruído[56], de acordo com a figura 3.

56 Para conhecer sobre como foi feita a reconstrução do instrumento, vide: Alves e Pereira (2019).

Figura 3 – Círculos de Proporção reconstruído.



Fonte: Acervo da autora (2019).

A aula inicial se deu com uma contextualização histórica, em que foi apresentado aos participantes alguns instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII, tais como as réguas de cálculo, os báculos e as barras de Napier, quem os fabricava, para quem eram destinados e suas principais finalidades, pois

> A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidade humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico (MOURA *et al.*, 2016, p. 118).

Ainda, seguindo Moura *et al.* (2016), em seguida, deu-se ênfase a William Oughtred (1574-1660) e aos seus círculos de proporção, apresentando aos participantes uma visão geral do tratado, como o seu conteúdo e a relação com o instrumento. Por fim, destacou-se que eles iriam estudar, com maiores detalhes, os capítulos um e dois do documento de Oughtred (1633).

Dando início à atividade, foi entregue um excerto da obra, no qual, inicialmente, foi feito um tratamento didático[57], que continha sobre as escalas graduadas nos círculos de proporção, conforme Oughtred (1633, p. 2-4, tradução nossa):

> 1. Existem vários tipos de círculos, divididos de várias maneiras, junto com um indicador a ser aberto depois, à maneira de um par de compassos. [...]
> 2. O *primeiro*, ou círculo mais externo, é de *senos* de 5 graus e 45 minutos aproximadamente, até quase 90 graus. [...]
> 3. O *segundo círculo* é de *tangentes* de 5 graus e 45 minutos aproximadamente, até 45 graus. [...]
> 4. O *terceiro círculo* é de *tangentes* de 45 graus, até 84 graus e 15. [...]
> 5. O *sexto círculo* é de *tangentes* de 84 graus, até aproximadamente 89 graus e 25 minutos. [...]
>   O *sétimo círculo* é de *tangentes* de aproximadamente 35 minutos, até 6 graus. [...]
>   O *oitavo círculo* é de *senos* de aproximadamente 35 minutos, até 6 graus. [...]
> 6. O quarto círculo é de *Números Desiguais*, que são anotados com os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1. Quer você os compreenda como números únicos, dezenas, centenas ou milhares, etc. [...]
>   O *quarto círculo* também mostra os *verdadeiros* ou *senos naturais,* e *tangentes*. Pois, se o indicador for aplicado a

57 Fez-se a tradução do texto para o português e, em seguida, uma adaptação dessa tradução, para amenizar os possíveis obstáculos durante a leitura dos excertos.

qualquer seno ou tangente, ele será o *verdadeiro seno* ou *tangente* no quarto círculo. E devemos saber que, se o *seno* ou a *tangente* estiverem no *primeiro* ou no *segundo círculo*, os números do *quarto círculo* significam tantos *milhares*. Mas se o *seno* ou *tangente* estiverem no *sétimo* ou *oitavo círculo*, os algarismos no *quarto círculo* significam tantas *centenas*. E se a *tangente* estiver no *sexto círculo*, os números do *quarto círculo* significam muitas vezes *dez mil*, ou todo o *raio*[58].

E por estes meios, o seno de 23º30' será encontrado 3987; e o seno de seu complemento 9171. E a tangente de 23º30' será encontrada 4348 e a tangente de seu complemento, 22998. E o raio é 10000, que é o número 1 com quatro zeros ou círculos. E, assim, você pode descobrir tanto a soma [quanto] a diferença de senos e tangentes.

7. O *quinto círculo* é de *Números Iguais*, que são anotados com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. [...]

   Este *quinto círculo* é raro de qualquer uso, mas [é] somente por meio dele, [que] a distância dada de números pode ser multiplicada ou dividida, conforme necessário. [...]

   A razão no qual [a] *operação* é, [dá-se] porque este quinto círculo mostra os *Logaritmos* dos números. *Pois, se o indicador for aplicado a qualquer número no quarto círculo, ele será, no quinto círculo, cortado no Logaritmo do mesmo número*, de modo que, ao logaritmo encontrado você prefixa uma *característica* (como o Mestre Briggs[59] o denomina) [que é] o número dos lugares dos inteiros propostos (que você pode preferir chamar de número Gradual). Assim, o logaritmo do número 2 será encontrado 0,30103. E o logaritmo do número 43,6 será encontrado 1,63949.

   Os números são multiplicados pela adição de seus logaritmos; e eles são divididos pela subtração de seus logaritmos.

58 Na notação da época, o raio equivalia a 10.000.

59 **Henry Briggs** (1561-1630), matemático Inglês responsável por estudos referentes aos Logaritmos de base 10.

8. A linha direita passando pelo *Centro*, em 90 e 45 [graus], eu chamo a *Linha da Unidade*, ou do *Raio*.
9. Aquele *Braço do Indicador* que em cada Operação é colocado no antecedente, ou primeiro termo, eu chamo de *Braço Antecedente;* e aquele que é colocado no termo consequente, eu chamo de *Braço Consequente.*

A atividade foi orientada da seguinte forma. Primeiramente, os participantes deveriam ler o excerto, tentando compreender as escalas graduadas e os indicadores que Oughtred (1633) apresenta. Para esse momento, teve-se como objetivo que os participantes pudessem conhecer os círculos de proporção, a partir da leitura e do manuseio do instrumento reconstruído. Logo, além da leitura, eles tinham disponível o instrumento para tocar, ver e conhecer.

Após, em um segundo momento, foi entregue outro excerto da obra de Oughtred (1633), que tinha a finalidade de que os participantes pudessem compreender o processo de manipulação do instrumento, através de situações práticas. Desse modo, foi entregue a eles o seguinte texto:

> [...]*Teorema:* Se de três números dados, o primeiro divide o segundo e o quociente multiplica o terceiro; o produto será o quarto proporcional aos três números dados.
> *Teorema:* Se de três números são dados, o segundo divide o primeiro e o quociente divide o terceiro; este último quociente será o quarto proporcional, aos três números dados.
> Também não é importante se os dois números após o primeiro serem segundo ou o terceiro.
> E note na Proporção Recíproca, aquele termo pelo qual a pergunta é feita; mas, na Proporção Direta, o termo que é homogêneo a isso é o primeiro termo, ou o antecedente da primeira proporção.

E, portanto, a partir desses fundamentos assim estabelecidos, (se você corretamente conceber a natureza dos Logaritmos), segue-se a descoberta do quarto proporcional por este Instrumento, do qual esta é a Regra.

Abra os braços do Instrumento à distância do primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o primeiro número até o terceiro, e assim o braço consequente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado.

Em que, [a] operação dessas quatro coisas são minuciosamente consideradas:

primeiro, em constituir os lugares de cada número no quarto círculo se os algarismos escritos no espaço indicam unidades, dezenas ou centenas, etc.

Em segundo lugar, se aquele braço que mostra o quarto proporcional, ultrapassa *a linha do Raio;* então você conta o quarto [proporcional] em um novo círculo ou grau.

Em terceiro lugar, se o quarto número procurado deveria ser maior ou menor que o terceiro. Pois se um quarto número for oferecido maior que o terceiro, quando deveria ser menor ou menor que o terceiro quando deveria ser maior, é um sinal de que esse número pertence a um círculo de outro grau.

Em quarto lugar, olhamos qual a verdadeira distância entre o primeiro e o segundo, que o mesmo é suposto entre o terceiro e o quarto, e também na mesma parte.

E por causa da Multiplicação e Divisão, temos [uma] certa proporção implícita: falaremos deles em primeiro lugar.

Na multiplicação, como uma unidade é um dos fatores (de números serem multiplicados) assim é o outro como os fatores, para o produto.

E o produto de dois números terá tantos lugares como os dois fatores, quanto menos deles exceder tantos dos primeiros números do produto: Mas se não exceder, terá um a menos.

E na Divisão, como o Divisor é para uma Unidade; assim é o Dividendo, para o Quociente.

> E o Quociente terá tantos lugares, como o Dividendo tem mais que o Divisor se o Divisor exceder tantos [lugares] dos primeiros números do Dividendo, mas se não exceder, terá um lugar a mais.
> Portanto, tenha esta regra cuidadosamente em mente: que na Multiplicação o primeiro termo da proporção implícita é sempre 1: E na divisão, o primeiro termo é o Divisor.
> E assim, a respeito das operações de Proporção, Multiplicação e Divisão, pensei em me encontrar para aconselhar menos daqui em diante Multiplicando, ou Dividindo, ou buscando uma quarta proporcionalidade, [pois] somos obrigados a repassar as mesmas coisas muitas vezes (OUGHTRED, 1633, p. 5-7 tradução nossa).

A partir dos dois excertos apresentados, foram propostos aos participantes quatro exemplos contidos no tratado. Esse se constituiu como terceiro e quarto momentos da atividade e teve por objetivo que os participantes pudessem identificar os conhecimentos matemáticos presentes no manuseio do instrumento, com suporte à leitura dos excertos anteriores.

Dos quatro momentos propostos, foram produzidos relatórios para cada, nos quais, seguindo o referencial da análise de conteúdo de Bardin (2011), identificou-se 25 núcleos de sentido, que foram organizados em três categorias, como apresenta o quadro 1.

Quadro 1 – Categorias.

NÚCLEO DE SENTIDO	CATEGORIAS
1. Completude entre os círculos de seno (1º e 8º); 2. Completude entre os círculos de tangente (2º, 3º, 6º e 7º); 3. Identificação das partes do instrumento.	Instrumento/Material
4. Obtenção de logaritmos decimais; 5. Obtenção de valores para seno no 4º círculo; 6. Obtenção de valores para tangente no 4º círculo; 7. Relação entre a leitura do instrumento com a ordem numérica (unidade, dezena, centena, etc.); 8. Propriedade de Logaritmos decimais (produto e quociente); 9. Propriedade de Proporção; 10. Operação com um ou dois indicadores; 11. Operações com logaritmos decimais; 12. Função do raio igual a 10.000; 13. Função da linha da unidade; 14. Relação trigonométrica (seno e tangente) entre o 4º círculo com o 1º, 2º, 3º, 6º, 7º, 8º círculos; 15. Relação logarítmica entre o 4º círculo com o 5º círculo; 16. Relação entre a Proporção e o Logaritmo.	Matemática/Conceitual/Manuseio
17. Dificuldade de visualizar as propriedades dos Logaritmos (produto e quociente); 18. Dificuldade na leitura do resultado obtido no instrumento; 19. Comparação/Verificação entre os resultados obtidos no instrumento e na calculadora; 20. Comparação entre as notações de Oughtred (1633) x atual; 21. Agilizar o processo dos cálculos; 22. Dificuldade na compreensão do raio igual a 10.000; 23. Ferramenta complexa; 24. Ferramenta lúdica; 25. Dificuldade na interpretação do texto.	Facilitador/Dificultador/Didático

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A primeira categoria – Instrumento/Material – trata da compreensão das partes do instrumento, no que diz respeito ao seu quesito físico. Já a segunda – Matemática/Conceitual/Manuseio – está relacionada ao conhecimento matemático identificado durante o processo de manipulação do instrumento reconstruído. Por fim, a terceira categoria – Facilitador/Dificultador/Didático – compreende as concepções sobre as facilidades e os obstáculos referentes ao uso do instrumento para fins didáticos, já que o público do curso foram professores de matemática.

O curso gerou resultados, dentre os quais alguns foram discutidos na dissertação de mestrado defendida em dezembro de 2019. De modo mais específico, aqui são apresentados a mobilização dos conhecimentos de Logaritmos e a Proporção na manipulação do instrumento.

4. Mobilizando alguns conhecimentos matemáticos: o caso dos Logaritmos e da Proporção

Com o estudo de descrição e manipulação dos círculos de proporção, foi proposto, na atividade, que os participantes manuseassem o instrumento em situações práticas que estavam descritas em Oughtred (1633). Os grupos foram orientados a identificar os conhecimentos matemáticos presentes no manuseio do instrumento, com suporte nas leituras realizadas dos excertos até então. A partir disso, alguns conhecimentos matemáticos foram mobilizados no manuseio dos círculos de proporção, dentre eles, os Logaritmos e a Proporção, de modo associados.

Uma das situações propostas tratava da conversão de unidades de medidas. Nela, William Oughtred questiona: “Quantos pés e partes decimais de um pé tem em 17,3 polegadas?”

(OUGHTRED, 1633, p. 42, tradução nossa). De início, fica claro que o exemplo aborda a conversão de polegadas para pés. Além disso, Oughtred (1633, p. 42) complementa explicando como deve ser resolvido:

> Primeiro tire o pé inteiro que é de 12 polegadas, e lá permanecerá 5,3 polegadas, que sendo dividido por 12, você terá quase 442 mil partes. Portanto 17,3 polegadas é 1,442 pés. E ao contrário 1,442 pés, serão reduzidos em 17,3 polegadas, sendo multiplicados por 12.

Percebe-se que, através da explicação de Oughtred (1633), ele não ensina como manusear o instrumento para obter o resultado. Apenas explica os procedimentos aritméticos. No entanto, conforme dito anteriormente, os participantes conheceram como realizar tal manuseio, por meio dos primeiros excertos de Oughtred (1633).

Ao se pensar sobre como responder à questão, um conhecimento matemático que se pode mobilizar é a ideia da regra de três, já que é uma conversão de unidade simples. Para a resolução da questão, o Grupo 1 tentou mobilizar os conhecimentos contidos na obra, ao associarem a ideia da quarta proporcional e ao utilizarem os mesmos símbolos de Oughtred (1633). Para ilustrar como realizaram o movimento, o Grupo 1 cita: "usamos a quarta proporcional, , para determinar, usamos o 4º círculo, onde o 1º braço em 1 e o 2º braço em 12, depois o 1º braço em 17,3 e obtemos 1,442 aproximadamente".

Note que a expressão escrita pelo Grupo 1 (2019), que, algebricamente, foi operada corretamente, associa-se em termos atuais à:

$$\frac{1}{12} = \frac{x}{17.3} \therefore 12x = 17{,}3 \therefore x = \frac{17{,}3}{12} \cong 1{,}442$$

Porém, quando o Grupo 1 descreveu sobre como manusearam os círculos de proporção, ao posicionarem os indicadores, o cálculo corresponde a como Oughtred (1633) ensina a operar com a multiplicação e não com divisão, de acordo com o indicado pela questão. Com isso, levanta-se a hipótese de que o Grupo 1 pode não ter utilizado o instrumento para a realização do cálculo proposto, fazendo somente a álgebra indicada.

No entanto, na manipulação do instrumento, quando Oughtred (1633, p. 5, tradução nossa) cita que se deve abrir "[...] os braços do Instrumento à distância do primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o primeiro número até o terceiro, e assim o braço consequente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado", ele está reafirmando a ideia dos teoremas citados por ele, a respeito da quarta proporcional ou, de modo atual, a ideia de proporção.

Por isso, embora o movimento realizado pelo Grupo 1 tenha considerado o manuseio com a operação de multiplicação, entende-se que, de alguma forma, os participantes buscaram mobilizar os conhecimentos compreendidos em Oughtred (1633), ressignificando os conceitos que eles já haviam incorporado. Com isso, destaca-se que esse aspecto pode ser considerado um item potencialmente didático para a ressignificação da proporcionalidade, principalmente, no que diz respeito aos indicadores do instrumento.

Já o Grupo 3 se utilizou de outra abordagem para a resolução da questão proposta. A primeira interpretação da leitura foi a em relação, também, à conversão de unidades de medidas. No entanto, diferentemente de como o Grupo 1 realizou o cálculo algébrico no papel, o Grupo 3 descreveu os passos tomados para resolver a questão utilizando a ideia de Logaritmos e suas propriedades, utilizando símbolos matemáticos atuais, conforme a seguir:

> Observamos que os cálculos feitos no círculo de proporção são feitos pelos logaritmos. Pela régua,
> $\log 5{,}3 \cong 0{,}724$ e $\log 12 = \log(4.3) = \log 4 + \log 3 = 0{,}602 + 0{,}477.$
> Assim, $\log 12 \cong 1{,}079.$
> Subtraindo 0,742 e 1,079 temos $-0{,}355.$
> Pela régua [os círculos], $10^{-0{,}355} \cong 0{,}442$
> que "bate" com a resposta. (GRUPO 3, 2019)

Na explicação, o Grupo 3 (2019) diz que os círculos de proporção têm como base os logaritmos e, com isso, fazem associação com as propriedades dos logaritmos. Também não fica claro se o Grupo 3 manuseou, de fato, o instrumento, contudo, destaca-se um ponto no que diz respeito à base dos círculos terem referência aos logaritmos, pois, conforme Oughtred (1633, p. 5, tradução nossa), para operar com o instrumento ele alerta: "e, portanto, a partir desses fundamentos assim estabelecidos, (se você corretamente conceber a natureza dos Logaritmos), segue-se a descoberta do quarto proporcional por este Instrumento [...]".

Outra potencialidade didática pode ser mencionada na relação entre a manipulação do instrumento e a construção do conhecimento sobre as propriedades dos logaritmos (soma/produto e subtração/divisão), quando os grupos estabeleceram que o instrumento tem incorporado os logaritmos decimais e que os indicadores podem ser utilizados para as propriedades dos logaritmos. A partir disso, note que ambos resolveram a mesma questão proposta, mobilizando conhecimentos matemáticos distintos e considerados sem associação.

É importante ressaltar que não existe resposta certa ou errada. Ambos os grupos mobilizaram conhecimentos matemáticos associados, os logaritmos e suas propriedades e a proporcionalidade. Entretanto, como descrito, o primeiro grupo, ao descrever sobre a proporção, ao manusear o instrumento, fez uso dos logaritmos. Já o grupo três, ao descrever sobre os logaritmos, ao manusear o instrumento, fez uso da proporcionalidade.

Desse modo, entende-se que o instrumento incorpora diversos conhecimentos matemáticos associados, que, ao manusear-se os círculos de proporção, emergem algumas potencialidades didáticas no que tange à construção e ressignificação de conceitos.

5. Conclusões

Estudos relacionados à articulação entre a história e o ensino de matemática podem promover um processo reflexivo e reconfigurar alguns conhecimentos matemáticos. A história permite uma rede de conhecimentos que auxiliam na aprendizagem e construção de conceitos, principalmente, no que diz respeito à formação do professor de matemática, que é peça fundamental para o processo de ensino e aprendizagem.

Por isso, seguindo os pressupostos da construção de uma interface entre a história e o ensino de matemática, conforme Saito e Dias (2013), a etapa seguinte é a constituição de uma atividade didática para a educação básica que possa promover uma reflexão/construção de conceitos matemáticos.

Essa atividade é constituída a partir das potencialidades didáticas que emergem do estudo do movimento do pensamento, do movimento do contexto, cujos conceitos foram elaborados e da aplicação do curso de extensão citado. O próximo passo é a elaboração dessas atividades, que se configuram como uma perspectiva de estudos futuros, já que os aspectos historiográficos, contextuais e epistemológicos foram discutidos.

Referências

ALBUQUERQUE, S. M. de; PEREIRA, A. C. C. Uma análise preliminar do documento histórico *Regula de Abaco Computi* de autoria do matemático Gerbert de Aurilac (976 d.C). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 5, n. 14, p.16-26, 25 ago. 2018. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/245/165>. Acesso em: 29 dez. 2019.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. O instrumento "círculos de proporção" exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, p.89-108, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/pdemat/article/view/39043/26511>. Acesso em: 29 dez. 2019.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. A reconstrução dos círculos de proporção no geogebra como uma atividade para a mobilização de conhecimentos matemáticos. **RHMP,** v. 5, n. 1, p. 19-28, 2019. Disponível em <http://www.rhmp.com.br/index/index.php/rhmp/article/view/69/45>. Acesso em: 29 dez. 2019.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** São Paulo: Edições 70, 2011. Tradução de: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro.

BATISTA, A. N. de S.; PEREIRA, A. C. C. Uma mostra geral de aspectos inseridos na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos*... (1603). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 5, n. 14, p. 75-84, 25 ago. 2018. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/249/171>. Acesso em: 29 dez. 2019.

CAJORI, F. **William Oughtred**: a great seventeenth-century teacher of mathematics. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Algumas considerações sobre o uso do báculo (baculum) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francisco Ugarte. **Investigaciones En Educación Matemática.** Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016. p. 237-251.

JAHNKE, H. N. *et al*. The use of original sources in the mathematics classroom. In: FAUVEL, John; MAANEN, Jan van. (eds). **History in mathematics education***:* the ICMI study. Dordrecht: Kluwer, 2002. p. 291-328.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação na sala de aula***:* tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MIGUEL, A.; MENDES, I. A. Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. **ZDM**, v. 42, n.3-4, p. 381-392. 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/160864/art%253A10.1007%252Fs11858-010-0255-8.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 25 dez. 2019.

MOURA, M. O. *et al.* (Org.). A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016. Cap. 4. p. 93-125.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment.** London: Augustine Mathewes, 1633.

PEREIRA, A. C. C.. **Aspectos históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 25, n. 13, p.342-372, Jan./Abr., 2019. Disponível em: <https://paginas.uepa.br/seer/index.php/cocar/article/view/2164/1085>. Acesso em: 04 dez. 2019.

SAITO, F. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para a formação de professores. **Educação: Teoria e Prática**, Rio Claro, v. 29, n. 62, p. 571-589, set/dez, 2019. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/educacao/article/download/14135/11298>. Acesso em: 30 dez. 2019.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re) construções contextuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de Matemática. **Rematec**, Natal, v. 16, n. 9, p.25-47, maio/ago. 2014.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1516-73132013000100007&lng=en&nrm=iso&tlng=pt>. Acesso em: 30 dez. 2019.

TAUB, L. On scientific instruments. **Studies In History And Philosophy Of Science Part A**, v. 40, n. 4, p. 337-343, dez. 2009.

VAN HELDEN, A.; HAWKINS, T. L.. **Introduction: Instruments in the History of Science**. Osiris, v. 9, p. 1-6, jan. 1994.

WARNER, D. J. **What is a scientific instrument, when did it become one, and why?** British Journal for the History of Science, n. 23, p. 83-96, 1990.

CAPÍTULO 6

O DOCUMENTO CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS... (1603) E O INSTRUMENTO BALHESTILHA: A INCORPORAÇÃO DE ALGUNS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS QUE PODEM SER MOBILIZADOS NA FABRICAÇÃO E NO USO DESSE INSTRUMENTO

Antonia Naiara de Sousa Batista

1. Introdução

O desenvolvimento de pesquisas na área da educação matemática vem crescendo nos últimos anos, como podemos ver nas pesquisas de Fossa (2012); Pereira *et al.* (2014); Albuquerque *et al.* (2018), entre outros. Dentre esses estudos, é possível ver a explanação de diversos objetos de investigação, como o ensino, a aprendizagem, a avaliação, currículo, entre outros, contribuindo para o desenvolvimento e estruturação da área da educação matemática em sua totalidade.

Nesse mesmo caminho, a história da matemática, como um campo de pesquisa, vem se edificando cada vez mais, pois a mesma oferece recursos e estratégias que podem ser utilizados em sala de aula para a construção do conhecimento matemático por meio de aspectos históricos. Dessa forma, no intuito de articular ambos os campos de pesquisas, viu-se, na proposta do grupo de estudo e pesquisa de História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa), coordenado pelo Prof. Dr. Fumikazu Saito, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC - SP) e pela Profa. Dra. Marisa da Silva Dias, da Universidade Estadual Paulista (UNESP), a possibilidade de aproximar o diálogo entre historiadores e educadores da matemática, de maneira a produzir propostas que articulem história e ensino, pautadas em tendências historiográficas atuais, para a construção de uma interface.

Para iniciar a construção de uma interface, é necessário partir de um documento, que, segundo Saito (2015, p. 27), podem ser

> [...] não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas, etc.

Nesse capítulo apresentamos um estudo baseado no documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, publicado em 1603, por Manoel de Figueiredo (1568 – 1622). Nesse tratado, aparecem distintas questões voltadas para a navegação, astronomia, astrologia, entre outras, além disso, apresenta três tipos de instrumentos, a balhestilha ou radio astronômico; o quadrante geométrico e diferentes relógios. No entanto, foi dada ênfase apenas à balhestilha, fazendo uso de textos que tratam da sua fabricação e uso e que se encontram dentro do documento.

Logo, este breve estudo tem como objetivo apresentar parte da pesquisa realizada na dissertação intitulada: "Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, aplicado na formação de professores", de maneira a proporcionar o conhecimento de investigações realizadas em torno do instrumento denominado balhestilha e de modo a levantar questões matemáticas para a formação de professores.

2. O caminhar da pesquisa

Este estudo está fundamentado na construção de uma interface, definida como a

> [...] constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática (SAITO; DIAS, 2013, p. 92).

Essa interface contempla dois movimentos que, segundo Saito e Dias (2013), são: o contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos; o movimento do pensamento na formação do conceito matemático. Nessa pesquisa, realizamos esses dois movimentos. No caso do primeiro, efetuou-se a partir do documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, um mapeamento de variados documentos ligados ao mesmo, de maneira que pudéssemos conversar acerca do seu desenvolvimento, sobre os instrumentos inseridos nele e a importância para o período no qual estava inserido, a ponto de desenvolver o estudo sob três esferas: contextual; epistemológica e historiográfica.

No segundo movimento, iniciou-se uma conversa com o texto que trata da fabricação e do uso da balhestilha, presente no documento. Pereira e Saito (2018, p. 4) descrevem esse movimento como o momento de

> [...] observar agora o conteúdo matemático, método e os motivos por trás da escrita do documento, contextualizando na época em que foi elaborado e, portanto, considerando todas as características de ordem matemática, técnica e epistemológica como propõe uma historiografia contemporânea.

A fim de que, a partir desse momento, articulando essas questões de ordem matemática, epistemológica, historiográfica, com vistas a serem atreladas ao ensino, possam emergir potencialidades didáticas que possibilitem a construção de atividades didáticas, que visem articular história e ensino, de modo a promover a construção do conhecimento matemático.

Para isso, realizamos um curso de extensão universitária, no período de 23 a 26 de julho de 2018, com carga horária total de 20h/a, promovido pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), no Laboratório de Matemática e Ensino, na Universidade Estadual do Ceará (UECE), campus Itaperi, Fortaleza – Ceará.

Nosso público-alvo foram discentes que ainda estavam em formação dentro da Universidade e os professores que já estavam atuando em sala de aula. O curso contemplou 11 discentes, 1 docente e 1 observador(a). E teve como propósito articular a descrição da construção e do uso da balhestilha, inserida no tratado: *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, para emersão de potencialidades didáticas que permitissem a construção de conhecimentos matemáticos que estivessem incorporados no instrumento balhestilha.

3. O documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603), de Manoel de Figueiredo e alguns instrumentos nele apresentados

O documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* foi publicado no final do século XVI para o início do século XVII, mais especificamente, em 1603, na cidade de Lisboa, período no qual esse país vinha sofrendo com um declínio em relação às grandes navegações e ao comércio e, consequentemente, sua economia estava sendo afetada, chegando, assim, a atingir todo o reino.

Esse documento foi escrito por Manoel de Figueiredo (1568 - 1622), mestre de matemáticas, cosmografia e navegação, tendo, portanto, o domínio não só da matemática, mas da física, química, da hidrostática, entre outras que subsidiavam essas classes mais específicas. A palavra *Chronographia*, que surge na parte superior do frontispício (Figura 1), significa, de acordo com Figueiredo (1913), um substantivo feminino que deriva da palavra chronologia, que designa "tratado das divisões do tempo" ou "tratado das datas históricas".

Figura 1 - Frontispício da *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603)


CHRONOGRAPHIA
REPORTO-
RIO DOS TEMPOS, NO
QVAL SE CONTEM VI. PAR-
TES, S. DOS TEMPOS: ESPHERA,
Cosmographia, & arte da nauegação, Astrologia rus
tica, & dos tempos, & pronosticação dos eclipses, co-
metas, & sementeiras. O calendario Romano, cõ
os eclypses ate 630. E no fim o uso, & fabrica
da balhestilha, & quadrante gyome-
trico, com hum tratado dos
Relogios.
COMPOSTO POR MANOEL
de Figueiredo natural de Torres Nouas.

Mihi autem absit Gloriari Nisi in cruce Domini Nostri Iesu Christi

Empresso com licença em Lisboa por Iorge Rodriguez
a custa de Pero Ramires. Anno de 1603.

Fonte: Figueiredo (1603).

A *Chronographia* é um documento que congrega diversos campos do saber, que estavam em pleno desenvolvimento entre os séculos XVI e XVII, dentre eles, a astronomia, a geografia, a astrologia, a cosmografia, entre outros. Campos de conhecimento que eram essenciais para o desenvolvimento e progresso da navegação astronômica durante esse período. Para melhor compreensão da organização desse documento, observe o Quadro 1.

Quadro 1 - Descrição das partes do documento

PARTE	TÍTULO	QTD CAP	QTD FOLHAS
P1	Do tempo e suas partes.	38	40
P2	Da astronomia, na qual se trata do céu, e de suas partes, e de como nele pois DEUS o tempo, juntamente com todos os seus movimentos, estrelas, planetas, orbes, eixos, polos, círculos da esfera, e com todas as mais coisas que DEUS nele criou, ordenou.[60]	32	77
P3	Da geografia em que declaramos a terra, a qual teve o terceiro lugar nas palavras da sagrada escritura, DEUS criou o céu, e a terra.[61]	22	33
P4	Da astrologia rústica, muito necessária para a agricultura, e para todo o lavrador curioso amigo da lavoura, e com um tratado muito necessário, e proveitoso a saúde humana para os físicos, surgiães, e sangradores, e pronosticação dos eclipses do sol, e da lua.[62]	47	69
P5	Do calendário, epacta, número áureo, endiçam, temporas, e da pronosticação dos 12 meses do ano, e do lunário de 603 até 630 com os eclipses no cabo do lunário, e suas significações.[63]	34	48
P6	Da fabrica, e uso da balhestilha, ou radio astronômico, e do uso e fabrica, do quadrante geométrico e da fabrica, e uso dos relógios horizontais, verticais, laterais, equinociais, polares declinantes a todas as partes do mundo, e inclinantes.[64]	12	19

Fonte: Figueiredo (1603).

60 No proêmio do documento, consta que a segunda parte está dividida em 34 capítulos. Entretanto, na "Taboa de todos os capítulos que contem cada parte deste livro", a mesma se encontra dividida em 33 capítulos. Todavia, o documento traz apenas 32 capítulos presentes na segunda parte.

61 No proêmio, consta que a terceira parte está dividida em 12 capítulos. Entretanto, na "Taboa de todos os capítulos que contem cada parte deste livro" e, ao longo do documento, a mesma se encontra dividida em 22 capítulos.

62 No proêmio do documento, apresenta-se 47 capítulos. No sumário da obra, apresenta-se 48 capítulos. No entanto, a obra apresenta somente 47 capítulos.

63 Nessa quinta parte, o proêmio apresenta 38 capítulos. Entretanto, o sumário mostra 35 capítulos. Mas a obra contém apenas 34 capítulos.

64 O proêmio apresenta a sexta parte dividida em 10 capítulos. Entretanto, a obra traz 12 capítulos.

De acordo com o Quadro 1, pode-se perceber que a *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* possui algumas particularidades, que diferem de outras *Chronographias* disponíveis no mesmo período, tendo a mais a presença de uma Sexta Parte ou *Livro Sexto,* no qual é apresentado a fabricação e uso de três instrumentos, dentre eles: a balhestilha ou radio astronômico, destinados para medições na navegação e na astronomia, respectivamente; o quadrante geométrico, voltado para mensuração no campo da agrimensura; e diversos tipos de relógios para medir o tempo.

Ainda, no *Livro Sexto*, está exposto um Tratado dos Relógios horizontais, verticais, laterais, declinantes e universais ou polares[65], que tratam da construção de diversos tipos de relógios baseados nos meridianos, nos equinócios, no zênite, nos círculos máximos, no círculo polar, etc.

Ademais, são apresentadas algumas definições, que o autor chama de proposições, como exemplo, o que é um ponto, uma linha, uma superfície, um corpo, entre outras. Dessa maneira, conclui-se que o documento se torna importante não só porque apresenta a fabricação de três instrumentos, mas também porque agrupa uma série de questões voltadas para campos que estavam em pleno desenvolvimento no século XVI e XVII.

Além disso, mesmo esse documento sendo parecido com outros do seu período, ele foi usado como um meio para disseminar conhecimentos desenvolvidos nessa época. No próximo tópico, daremos ênfase em um dos instrumentos contidos no *Livro Sexto*, mais especificamente, a balhestilha ou radio astronômico.

65 No documento, encontra-se, *Tratado dos relogios* orizontais, verticais, laterais, declinantes, vniversais, ou polares.

4. O instrumento balhestilha ou radio astronômico e um pouco do seu percurso histórico

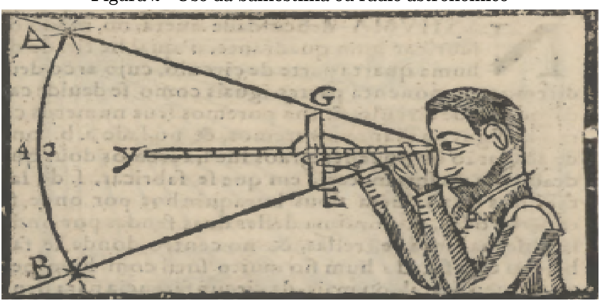
A balhestilha, que aparece no documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos*... (1603), de Manoel de Figueiredo, encontra-se no *Livro Sexto*, sendo denominada também por radio astronômico. Todavia, essa nomenclatura pode variar de acordo com diversos aspectos, como a influência do país no qual estava inserida, sua inserção em um campo de conhecimento ou escolha do nome pelo próprio fabricante, entre outros.

Figueiredo (1603, f. 267) deixa um desses aspectos bem claro logo no início do texto quando relata:

> os astrônomos chamaram a este instrumento radio astronômico, por quanto observarão por este a distância das estrelas de umas as outras observadas por via do raio visual que sai do nosso olho [...].

Por esse excerto, percebe-se que a denominação de radio astronômico está ligada ao meio em que era utilizada, no caso, na astronomia, destinado para obter a distância angular entre dois astros, como podemos ver na Figura 2.

Figura 2 - Uso da balhestilha ou radio astronômico



Fonte: Figueiredo (1603, f. 268).

Em outro trecho do texto, sobre o uso do instrumento, o autor apresenta:

> [...] no qual usam os navegantes para tomarem a estrela do norte quando dito do horizonte sobre a terra para acharem a elevação do polo ártico. E lhe chamaram balhestilha. E quanto ao uso dele muito fácil, como o demonstra a presente figura (FIGUEIREDO, 1603, f. 267 - 268).

Nesse trecho, Figueiredo (1603) enfatiza que o mesmo instrumento era conhecido por balhestilha entre os navegantes e que tinha como objetivo conseguir a localização em alto mar por meio do instrumento, tomando a elevação do polo, pela referência da estrela Polar e a linha do horizonte.

A balhestilha é um instrumento simples, que, segundo Figueiredo (1603, f. 267), é composto por uma "régua quadrada de pau preto, ou de brasil, ou de cedro, a qual tenha todos os quatros lados iguais", denominada também por virote, que contém marcações em graus, juntamente com outra peça chamada de pinacido, pinacidio ou soalha, que é uma peça menor que o virote, com um orifício no centro que permite deslizar sobre a régua, de maneira a marcar os graus no virote.

No entanto, é importante ressaltar que esse instrumento não permeou somente o século XVII, mas esteve presente em documentos entre os séculos XIV e XVIII; entretanto, sendo voltados para outros campos de conhecimento diferentes da navegação e da astronomia. Durante todos esses séculos, passou por diversos aprimoramentos no intuito de melhorar questões do tipo: precisão nas observações; tamanho e proporção; quantidades de peças; locomoção e finalidade; entre outros.

São diversas as nomenclaturas em relação a esse instrumento, a mais conhecida seria *baculus Jacob*, em latim. E, a partir dessa terminologia, vão aparecendo outras. Entre os ingleses, foi denominada por *ballastella*, *vara de Jacob (Jacob's staff)* ou *fore-staff*, enquanto que, pelos italianos, foi chamada de *Escada de Jacob* (*scala di Jacob*) (BRUYNS, 1994).

No século XIV, esse instrumento aparece sendo usado por Levi ben Gerson (1288-1344)[66], cuja confecção foi creditada a ele, o mesmo era chamado de bastão[67] ou revelador de profundidade[68]. Contudo, Goldstein (2011), em seu texto, esclarece que Levi não relatou absolutamente nada sobre o uso desse instrumento voltado para a navegação e não teria pensado no seu uso para se localizar em alto mar.

No século XV, surgem relatos desse bastão, sendo agora voltado para o uso entre agrimensores, denominado por bastão de Jacob (*Jacob's staff*) ou bastão geométrico (*Jacob's geometrical*) (ROCHE, 1981). Conforme Roche (1981), a forma como ele era usado seria bem semelhante ao instrumento de Levi, entretanto, os princípios matemáticos envolvidos em cada um desses instrumentos eram bem diferentes.

O bastão de Jacob, mesmo estando presente no século XV, continua a aparecer no século XVI, em que se observa em vários tratados de geometria prática. Entre esses documentos, pode-se destacar: *A Booke Named Tectonicon* (1556), de Leonard Digges (1520 - 1559); *Del modo di misurari* (1564), de Cosimo Bartoli (1503 - 1572), que, na visão de Castillo e Saito (2016), o instrumento denominado por báculo era destinado a medir comprimentos que fossem de difícil acesso para se aproximar e mensurar.

Ainda, no século XVI, constata-se referência a esse instrumento no Livro de Marinharia (1560), de João de Lisboa, no

66 Nasceu em Provença no sul da França, foi rabino, filósofo, astrônomo, cientista, comentarista bíblico e matemático.

67 Em latim, seria *baculus.*

68 No latim, seria *revelator secretorum.*

qual ele é denominado de balhestilha, voltado para medições solares. No tratado *Regimiento de Navegación* (1552), de Pedro de Medina, o instrumento também aparece sendo usado nas navegações.

No século XVII, além desse instrumento, chamado por balhestilha ou radio astronômico, aparecer no documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, o mesmo também se apresenta em outro tratado, escrito por Edmund Gunter, publicado em 1624, intitulado *The Description and use of the sector,* tratando de diversos tipos de instrumentos, como setores, balhestilhas, entre outros.

No início do século XVIII, no tratado *A arte de navegar,* de Manoel Pimentel, publicado em 1712, a balhestilha aparece sendo usada na navegação, para realizar medições da altura do sol em relação à linha do horizonte e do zênite, no entanto, podendo ser utilizada de revés. Assim, a balhestilha permeou por distintos campos, mudando de nome e sendo destinada para diferentes usos, sem nunca perder sua importância para a história.

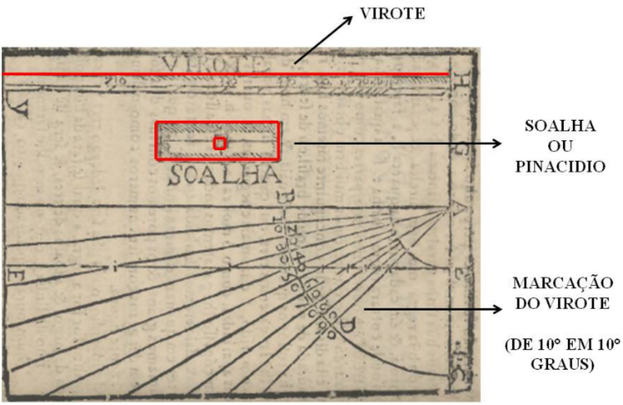
5. Alguns conhecimentos matemáticos que emergem da manipulação da balhestilha

No *Livro Sexto* da *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, encontra-se a fabricação e uso da balhestilha, que, a partir de um diálogo com o texto original e com a matemática, que está presente nos livros didáticos do século XXI, algumas questões de ordem material, matemática e epistemológica, que circundam o processo de construção e uso do instrumento, começam a emergir.

Na construção da balhestilha, Figueiredo (1603, f. 266) apresenta duas maneiras de iniciá-la, sendo pela construção de um semicírculo ou por um quarto de círculo, entretanto, o autor opta por: "construa um quarto de círculo (ABC) em uma taboa"

(Figura 3). Ele não dá indícios sobre qual parte do instrumento tem relação com essa taboa, também não fala o comprimento da mesma, espessura, tipo de matéria usada (bronze, marfim, ferro, etc.) e a ferramenta de desenho utilizada para traçar essa graduação.

Figura 3 - Taboa da fabricação da balhestilha



Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603).

Outra questão que pode ser levantada é o local na taboa, no qual será traçado o quarto de círculo, pois sua posição poderá auxiliar na compreensão do processo de construção do instrumento. No decorrer do tratado, é possível encontrar algumas proposições que remetem às definições nos Elementos de Euclides e que podem ajudar nessa construção, como, por exemplo, "ângulo é aquele que se faz de duas linhas retas, tocando-se" (FIGUEIREDO, 1603, f. 275).

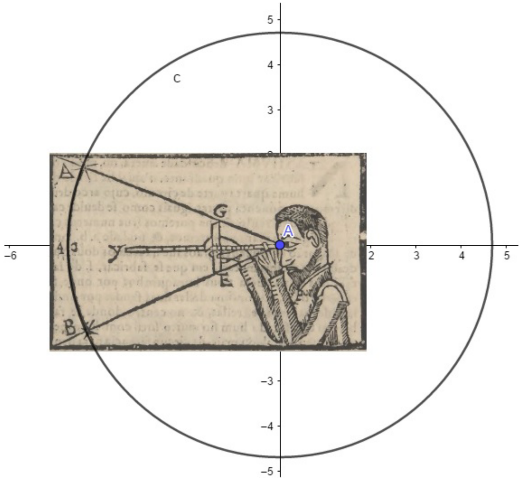
Isso possibilita creditar que Figueiredo (1603) utilizou ferramentas como régua e compasso, visto que Euclides já os utilizava para pôr em ação seus postulados, com um objetivo mais didático ou pedagógico, contudo, eles eram empregados por restrição prática, diante das circunstâncias e de serem simples e facilitadores no seu manuseio, simplificando problemas de construção (ROQUE, 2012).

Essas questões iniciais nos permitem articular outras "proposições", assim denominadas pelo autor, que, no século XXI, chamam-se de construções geométricas, como, por exemplo, dividir um círculo em dois semicírculos ou dividir um quarto de círculo em 90 partes iguais, entre outros.

Em relação ao uso, Figueiredo (1603) traz também um texto com a descrição e uma imagem, que seria a Figura 2, para trabalhar essa relação. Como já vimos no tópico anterior, o instrumento era destinado para medições na navegação e na astronomia e seu uso era realizado na posição vertical.

Uma questão interessante, que emerge do processo de uso do instrumento, está relacionada à posição do observador. Veja-se que, no momento em que ele está realizando essa medição (Figura 4), a soalha para no ponto correspondente ao valor 40º no virote, que é o ângulo de visualização entre ambas as estrelas e também é o ângulo central da circunferência formada pelo uso do instrumento, no qual o piloto, supostamente, estaria no centro H, com raios HA ou HB, como podemos ver na Figura 4.

Figura 4 - O olho do observador no centro de uma circunferência



Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603).

Dessa forma, podemos contemplar esse processo dentro de um plano cartesiano ou trigonométrico, de maneira a articular conceitos trigonométricos junto com geométricos, pois a soalha dentro da circunferência assume a posição de tangente dentro do círculo trigonométrico.

6. A balhestilha como potencial didático para a sala de aula a partir do curso de extensão universitária

Com base na articulação desses dois movimentos, o contexto cujos conceitos matemáticos foram desenvolvidos e o movimento do pensamento na formação do conceito matemático, em torno do documento *Chronographia, Reportorio do Tempos...*, em especial, do capítulo que apresenta a fabricação e do uso da balhestilha, surgiram outros elementos de ordem matemática, material e epistemológica a partir do curso de extensão universitária. Essas questões, articuladas com o instrumento, tornaram-se potencialmente didáticas para a construção do conhecimento matemático na Educação Básica.

Uma parte potencialmente didática, no processo de fabricação da balhestilha, é a própria sequência de passos exposta pelo autor, uma vez que essa sucessão culmina em um gabarito para a construção e graduação de outras balhestilhas. Essa série de passos se mostra repleta de conhecimentos matemáticos incorporados, que mobilizam elementos relacionados às construções geométricas. Essas construções não surgiram apenas no século XXI, mas em meados do século XVI começaram a se tornar conhecimentos importantes e de base para a geometria prática e para a agrimensura, sob o nome de geometria construtiva, que estava presente nos cadernos de desenhos de arquitetos, mestres de obras, agrimensores, entre outros (SAITO, 2014).

As ferramentas utilizadas para essas construções, na maioria das vezes, eram o compasso, a régua e os pares de esquadros, sem escalas. Segundo Saito (2015), essas ferramentas se tornam facilitadoras, didaticamente, nas construções de reta, segmento de reta e círculo, todavia não são esses entes construídos por esses instrumentos que são mobilizados nessas construções, mas sim aqueles que estão presentes nos postulados dos *Elementos* de Euclides[69].

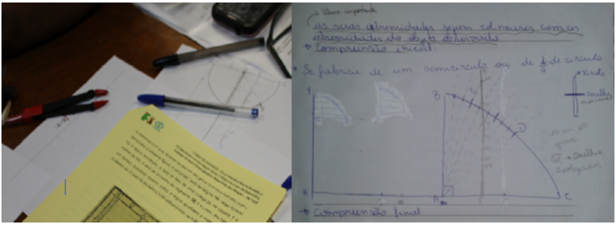
Colaborando com isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam a área de geometria como um campo fértil para produções de atividades, nas quais se possam explorar situações que necessitem de aplicação de construções geométricas,

69 Como exemplo, "pede-se, como coisa possível, que se tire de um ponto qualquer para outro qualquer ponto uma linha reta", postulado 01 e "que com qualquer centro e qualquer intervalo se descreva um círculo", postulado 02, que representa reta e círculo, respectivamente (COMMANDINO, 1944, p. 7).

fazendo uso da régua e do compasso, de maneira a visualizar e aplicar propriedades das figuras geométricas e suas relações com outros conceitos matemáticos (BRASIL, 1998).

Dessa forma, o que se pode visualizar é que cada passo, mobilizado com essas ferramentas, torna-se potencialmente didático para o estudo de entes matemáticos incorporados no instrumento. Figueiredo (1603) apresenta, de início, a construção de um quarto de círculo, logo, no curso, viu-se que, para mobilizar a construção do mesmo, representações mentais precisam ser exploradas e abstraídas, de maneira que se possam desenvolver conceitos de circunferência, retas paralelas e perpendiculares, ângulos, uma parte de um todo, entre outras. Pode-se ver alguns traços desses indícios na Figura 5.

Figura 5 - Traços da fabricação do instrumento



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Percebe-se, pela Figura 5, que houve alunos que preferiram construir o semicírculo, em vez de um quarto de círculo usado por Figueiredo (1603). Portanto, fizeram uso de esquadros, transferidores, folhas de papel A4, para tentar traçar uma semicircunferência com retas perpendiculares ao seu diâmetro e paralelas entre si. Inclusive, um dos membros dessa equipe ressaltou que um dos conteúdos matemáticos que podia ser usado, nesse momento, seriam as propriedades geométricas, demonstradas quando escreve

> É um instrumento de madeira construído a partir de propriedades geométricas que envolvem os conceitos de ponto, segmento de reta, arco, circunferência, círculo, ângulo, ângulo central, divisão angular, ponto médio, segmentos paralelos, quadrado, propriedades do quadrado, triângulos no uso do instrumento (GRUPO 3, 2018).

É possível notar que esse aluno elenca vários conhecimentos que podem ser abordados por meio da fabricação nesse momento inicial, ademais, sem nem mesmo fazer uso do instrumento, o aluno já indica o estudo de triângulos atrelado ao uso da balhestilha.

Outro componente, potencialmente didático, que aparece na fabricação do instrumento, é uma ideia de unidade de medida apresentada pelo autor no trecho a seguir: "a pinacidio será de largura três vezes quanto for à régua quadrada, a qual se fará de uma polegada de largura" (FIGUEIREDO, 1603, f. 267). Note que essa unidade de medida será destinada para a confecção das partes da balhestilha, que serão de dimensões distintas, sendo o virote com largura de uma polegada e a soalha com largura de três polegadas.

É interessante ressaltar que Figueiredo (1603), em nenhum momento do texto, fala de outra unidade de medida, nem tampouco se refere ao comprimento ou espessura dessas peças. Será que o autor teria utilizado outra unidade de medida para a construção do comprimento do virote e da soalha? Uma das perguntas no primeiro dia do curso foi a seguinte: "O conceito de polegada é diferente da de hoje?" (GRUPO 1, 2018).

Nem mesmo tinham iniciado a discussão do texto da fabricação, apenas fizeram uma leitura e demonstraram tamanha preocupação, principalmente, quando viram que os esquadros e as réguas, disponibilizados no curso, não tinham escalas milimetradas, então como medir? Alguns alunos foram logo manuseando os barbantes para tentar realizar as medições.

É importante destacar que, no período em que a obra estava inserida, existiam outros tipos de unidades de medida, como apresenta Apiano (1575), que eram baseadas nas mãos ou nos pés, no caso, podendo ser dedo, onça (três dedos), palmo (quatro dedos), passada, passada simples, passada dupla, entre outras. Crease (2013, p. 31) complementa também que, na antiguidade, essas medidas

> [...] baseavam-se em partes do corpo, sobretudo dedos e mãos; às vezes era feita distinção inclusive entre medidas da mão de um homem e da mão de uma mulher. As principais medidas derivadas do corpo eram o *chi* (pronuncia-se, aproximadamente, *chăr*), uma medida de pé que podia variar de 16 a 24 centímetros, dependendo da época e da região, e o *cun* (pronuncia-se *ts-wun*), que um dia foi relacionado com a largura de um dedo, mas que, ao menos já em 400 a. C., era regulado com um décimo do *chi.* Na era neolítica essas unidades já eram corporificadas - vinculadas não só aos pés dos indivíduos, mas a bastões de medição facilmente reproduzíveis.

Nesse processo, observa-se que, no período desse documento, não existia ainda uma unidade de medida padrão, mas cada região poderia ter a sua, baseada na mão ou no pé de alguma pessoa ou de algum rei do período. Somente no decorrer de milhares de anos, essas medidas foram sendo padronizadas e apresentadas em réguas, esquadros, fitas, de maneira que pudessem ser reproduzidas com facilidade para outros povos.

Assim, no decorrer do curso de extensão universitária, alguns discentes tiveram a iniciativa de querer aplicar essa unidade de medida, a polegada, em outras partes da balhestilha, inclusive, para realizar as medições. Levando em consideração o que foi tratado anteriormente, sobre a medida ser diferente em cada local, pode-se sim fazer uso da polegada, porém de maneira adaptada ou com o valor que ela apresenta hoje, no século XXI, que seria de 2,54 centímetros. Nessas circunstâncias, é possível desenvolver a questão de conversão de medidas, passando-se a usar, em vez de polegada, milímetro, centímetro, metro, entre outros.

7. Considerações finais

Esse estudo apresentou passos para a construção de uma interface, no intuito de articular o ensino de matemática com a história da matemática, pautada em uma perspectiva historiográfica atualizada. Todo o estudo, partindo do documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* e da balhestilha, pôde levantar diferentes questões de ordem material e matemática, diante do manuseio da balhestilha.

Várias foram as questões que emergiram da articulação do instrumento com os textos que apresentam a fabricação e o uso, dentre elas, podemos ver, de maneira incorporada no instrumento, conhecimentos geométricos, como paralelismo e perpendicularidade, divisão de ângulos, divisão de segmentos, etc. e as construções geométricas. No entanto, é interessante ressaltar que o autor não teve preocupação de descrever um passo a passo de como cada construção geométrica era realizada, supostamente, o material teria sido escrito para seus pares, ou seja, pessoas que compartilhavam do mesmo conhecimento e estavam inseridas no mesmo ofício.

De modo igual, podemos ver, no uso do instrumento, o mesmo sendo utilizado tanto para a navegação quanto para a astronomia, articulando conhecimentos geométricos com trigonométricos, além de despertar atenção para uma potencialidade didática que seria a relação do arco com a corda durante a movimentação da soalha no decorrer do virote. Assim, esse estudo visa contribuir para a divulgação de pesquisas que vêm sendo desenvolvidas no âmbito da construção de interface.

Referências

ALBUQUERQUE, S. M. de; OLIVEIRA, F. W. S.; MARTINS, E. B.; PEREIRA, A. C. C. Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Boletim Online de Educação Matemática**, v. 6, p. 128/18-144, 2018.

APIANO, P. **Cosmographicus liber Petri Apiani mathematici studiose collectus.** 1575.

BATISTA, A. N. de S. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores.** 2018. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

BRASIL, S. de E. F. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: Mec, 1998.

BRUYNS, W. F. J. M. **The cross-staff:** History and Development of a Navigational Instrument. London: Walburg Pers, 1994.

COMMANDINO, F. **Euclides:** Elementos de Geometria. São Paulo: Edições Cultura, 1944. 223 p.

CREASE, R. P. **A medida do mundo.** Rio de Janeiro: Zahar, 2013. 295 p.

FIGUEIREDO, C. de. **Novo diccionário da língua portuguesa**. 1913.

FIGUEIREDO, M. de. **Chronographia, Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos:** esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendario Romano, com os eclypses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relogios. Lisboa. 1603.

FOSSA, J. A. **Ensaios sobre a Educação Matemática.** 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

GOLDSTEIN, B. R. **Levi ben Gerson and the Cross Staff Revisited**. In: Aleph 11, Heft 2/2011, p. 365–383.

PEREIRA, A. C. C. (Org.). **Educação matemática no Ceará:** os caminhos trilhados e as perspectivas. 1. ed. Fortaleza: EDUECE, 2015. 155p.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **In: III Seminário Cearense de História da Matemática**, 3., 2018, Fortaleza. Anais. Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 12.

ROCHE, J. J. The radius astronomicus in England. **Annals of Science**, [s.l.], v. 38, n. 1, p. 1-32, jan. 1981. Informa UK Limited. http://dx.doi.org/10.1080/00033798100200101.

ROQUE, T. **História da matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 511 p.

SAITO, F. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**: Histórias de práticas matemáticas, Natal, v. 9, n. 16, p. 25-47, maio-ago 2014.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

CAPÍTULO 7

UMA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DA MATEMÁTICA À LUZ DO INSTRUMENTO JACENTE NO PLANO DE PEDRO NUNES

Francisco Wagner Soares Oliveira

1. Elementos preliminares da interface construída

A presente pesquisa se desenvolveu na direção da proposta de construção de interface entre história e ensino da matemática, destacada no primeiro capítulo desta obra. Diante dessa base teórica, buscou-se considerar, previamente, que uma interface se trata de um conjunto de ações e produções que emergem do diálogo entre duas áreas de estudo, tendo como foco o ensino e que se constituem mediante uma aproximação entre as partes que as envolvem e nutrem os temas em questão (SAITO, 2016a).

A Educação Matemática e a própria história da matemática são as áreas de estudo a que Saito (2016a) se refere. Ambas emergindo como campo de investigação científica, que podem dialogar entre si, dentre outros elementos por meio do conhecimento matemático. Do campo da Educação Matemática, na presente interface, procura-se trabalhar, em particular, com o ensino de conhecimentos geométricos; já da área de história da matemática, faz-se uso do instrumento jacente no plano.

A incorporação do ensino de conhecimentos geométricos, nessa pesquisa, é devido a se ter um esvaziamento no ensino de geometria, o qual perdura desde o movimento da matemática moderna, ocorrido entre os anos de 50 e 60 do século XX (BARROS, 2017). Como consequência disso, o problema que mais chama atenção e que necessita ser solucionado é o fato de conhecimentos geométricos de estudantes da educação básica e ensino superior ainda serem muito superficiais.

Esse problema vem sendo levantado por outros autores, Silva (2017), por exemplo, afirma que o desempenho dos alunos em Geometria ainda é baixo, para tanto, ele toma como referência resultados de estudantes na Prova Brasil e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). No que se refere aos anos iniciais do ensino fundamental, Souza (2018) destaca que alunos que já estão no 5º ano não possuem conhecimentos adequados sobre conceitos da geometria. No campo da formação inicial de professores, Santos (2018) observa que, em geral, os conhecimentos prévios de estudantes sobre conceitos básicos de geometria plana estão em um nível de aprendizagem insatisfatório.

Tendo em vista a superação desse problema, por reconhecer, assim como expresso na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que os conhecimentos geométricos são importantes para interpretação e resolução de problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento, desenvolveu-se essa pesquisa na intenção de trazer contributos ao ensino e aprendizagem de conhecimentos geométricos.

À luz dessa intenção, foi que se elencou o instrumento jacente no plano presente na obra *De arte atque ratione navigandi* (1573), de Pedro Nunes. Chegou-se, nessa obra, haja vista saber que seu autor esteve envolvido com as matemáticas existentes em seu tempo. Algumas das provas, que convergem para esse conhecimento, são as funções de professor de assuntos científicos, cosmógrafo e cosmógrafo-mor que ele desempenhou (LEITÃO, 2003).

Já a escolha do instrumento jacente no plano, deu-se mediante leitura, a priori, em sua descrição, na qual se pode observar, dentre outros elementos, que ele aborda a graduação de uma circunferência em 360 graus e a construção de um triângulo retângulo isósceles. Procedimentos esses que têm se incorporado à mobilização de conhecimentos de geometria, os quais, por sua vez, foram o foco da pesquisa.

O instrumento jacente no plano foi proposto por Pedro Nunes para a determinação da medida da altura do Sol acima do horizonte. Para ser utilizado, é necessário que seja posto paralelamente ao plano do horizonte do observador, de forma que sobre ele incida os raios do Sol, os quais serão responsáveis por indicar a medida procurada.

Diante dos conhecimentos geométricos como objeto de estudo e do instrumento jacente no plano como objeto de pesquisa, em busca, no meio acadêmico, não se encontrou estudos que buscassem explorar esse aparato, com vistas a elencar contributos para o ensino de conhecimentos geométricos. Nesse sentido, foi fortalecida a proposta de desenvolver um estudo nessa direção.

Sob a perspectiva de construção de interface entre história e ensino da matemática, em que são contempladas tanto questões históricas como também didáticas, fez-se a seguinte indagação: como o instrumento jacente no plano pode favorecer o ensino de conhecimentos geométricos na formação inicial de professores de matemática? De tal pergunta, foi estabelecido como objetivo geral: conhecer o potencial didático do instrumento jacente no plano para o ensino de conhecimentos geométricos na formação inicial de professores.

Diante dessa intenção, como forma de alcançá-la, elencam-se os seguintes objetivos específicos: identificar, a partir da obra *De arte atque ratione navigandi* (1573), o contexto no qual o instrumento jacente no plano foi elaborado; reconhecer conhecimentos geométricos mobilizados na construção e uso do instrumento jacente no plano; descrever a atividade de construção e uso do instrumento jacente no plano, aplicado à formação inicial de professores.

Com esses objetivos específicos, pretendeu-se contemplar os dois movimentos que a proposta de interface prevê: o movimento do pensamento na formação do conceito matemático e o contexto em que os conceitos matemáticos foram desenvolvidos. (PEREIRA; SAITO, 2019a; SAITO; DIAS, 2013).

Como forma de cumprir esses objetivos, foi adotada uma abordagem qualitativa de pesquisa (LÜDKE; ANDRÉ, 2013). Ainda, de maneira a guiar e validar, metodologicamente, a pesquisa, fez-se uso de uma abordagem multirreferencial, isso porque foi necessário buscar aporte em diferentes metodologias. Foi feito, por exemplo, em alguns momentos, para alcançar o primeiro e o segundo objetivos, um estudo do tipo bibliográfico (MARCONI; LAKATOS, 2003); em outros, do tipo qualitativo documental (GODOY, 1995).

Para organização e análise da atividade de construção e uso do instrumento jacente no plano, foram agregados, como método, alguns elementos da abordagem etnográfica (LÜDKE; ANDRÉ, 2013) na pesquisa educacional, com sujeitos e também os procedimentos metodológicos da atividade orientadora de ensino (MOURA *et al.*, 2016).

Na seção a seguir, são apresentados alguns dos dados coletados da intenção de identificar o contexto de elaboração do instrumento jacente no plano a partir da obra *De arte atque ratione navigandi* (1573).

2. O primeiro movimento da pesquisa na direção da construção da interface

À luz da proposta de construção de interfaces entre história e ensino da matemática, o trabalho de identificar o contexto, em que o instrumento jacente no plano foi elaborado, teve como ponto de partida as informações presentes na obra: *De arte atque ratione navigandi* (1573). Um exemplar dessa obra foi observado na biblioteca digital Luso-Brasileira. Contudo, para estudo, foi utilizada a edição moderna, nomeada de: Pedro Nunes – Obras vol. IV *De arte atque ratione navigandi* (2008), à qual se tem tanto o texto de 1573 do cosmógrafo que está escrito em latim, como a sua tradução para a língua portuguesa.

Considerando a vertente historiográfica atualizada que fundamenta a proposta de interface aqui assumida, pode-se notar que o instrumento jacente no plano, assim como a obra que o contém, estavam ligados à navegação, em particular, a uma abordagem mais teórica e matematizada.

Também se notou que, no século XVI, o instrumento jacente no plano foi apresentado, inicialmente, por Pedro Nunes, nas *Petri Nonii Salaciensis Opera*, de publicação em 1566, só depois em *De arte atque ratione navigandi*, no ano de 1573 e, posteriormente, já depois da morte do quinhentista, na reedição das *Petri Nonii Salaciensis Opera*, em 1592.

Em obras de outros autores, tem-se a presença do instrumento jacente no plano na arte de navegar, de João Baptista Lavanha, publicada em 1588 e em uma outra arte de navegar do século XVII, de autoria desconhecida. A forma como o aparato foi abordado, em tais registros, assemelha-se com a anteriormente apresentada por Pedro Nunes, isso porque neles também é valorizada uma abordagem teórica do instrumento, eles não trazem um passo a passo suficiente que possibilite qualquer quinhentista, que não tivesse o conhecimento tácito, de construir ou de utilizar o instrumento. Também foi possível observar que não existe registro de uma réplica do instrumento jacente no plano, tão pouco de seu uso prático na determinação da altura do Sol acima do horizonte.

O texto de descrição de Pedro Nunes, sobre o instrumento jacente no plano, indica evidências da base teórica de sustentação da validade do instrumento, visto que o próprio lusitano faz referência a proposições da obra *Elementos*, de Euclides (fl.ca. 295 a.C.). Diante disso, notam-se elementos que dialogam com a esfera epistemológica, pois essas citações aos *Elementos* indicam o conhecimento teórico disponível e utilizado pelo quinhentista.

Da aproximação e diálogo entre as informações coletadas, mediante às referidas esferas de análise, foi possível apontar que: o instrumento jacente no plano não era algo isolado dentro da obra e do período; sua compreensão extrapolava a simples leitura dos trechos de instrução do quinhentista; que nele estavam incorporados as especificidades e apreço de Pedro Nunes pelas matemáticas e por uma abordagem teórica de interpretação da realidade física; e que era um produto de toda uma rede de conhecimentos.

Essas conclusões vieram de todo o contexto de elaboração desse instrumento, em que se pode observar, por exemplo, que as diferentes versões para o instrumento jacente no plano, possivelmente, estavam associadas ao apreço que Pedro Nunes detinha pelas matemáticas. O fato de não se ter registro de uma construção física do instrumento no século XVI, indica que ele foi apenas uma concepção teórica, acontecimento que até então aponta para as características de Pedro Nunes que, no período, era visto como um teórico.

Novamente, em relação ao contexto de elaboração desse instrumento, cabe destacar que as matemáticas incorporadas, nele, garantiam a sua validade, já a altura que ele fornecia era utilizada nos processos de determinação da latitude[70], a qual estava ligada a questões de navegação, que, por sua vez, tinha sua expansão associada ao desenvolvimento de Portugal. Percebe-se, assim, que, ao buscar localizar o instrumento em seu tempo e espaço, emergem tanto os conhecimentos internos da matemática e de outras áreas do saber, como também as necessidades que impulsionaram seu desenvolvimento.

3. O segundo movimento da pesquisa na direção da construção da interface

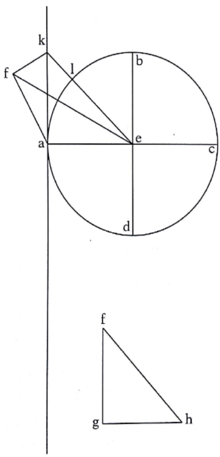
Na direção de reconhecer conhecimentos geométricos mobilizados na construção e uso do instrumento jacente no plano, foi feita, inicialmente, uma análise de sua construção e uso, a partir da descrição de Pedro Nunes. No passo seguinte, ainda sob as instruções do quinhentista, buscou-se tanto (re)construí-lo, como também realizar e compreender uma situação prática de uso.

Essa parte da pesquisa está atrelada à esfera epistemológica da vertente historiográfica atualizada, pois se identificam alguns conhecimentos geométricos mobilizados no trabalho com o instrumento. Ela também já faz parte da outra etapa prevista pela proposta de interfaces (o movimento do pensamento na formação do conceito matemático), visto que ela se desenvolve pelo movimento do pensamento realizado pelo pesquisador, no sentido de (re)construir e utilizar o instrumento e, dessa forma, compreendê-lo para que se possa propor ações voltadas ao ensino de matemática.

70 Para informações sobre a relação do instrumento jacente no plano com o cálculo da latitude, vide Oliveira e Pereira (2019).

A seguir, tem-se o excerto de Pedro Nunes, que desencadeou todo o estudo em torno da construção e uso do instrumento jacente no plano:

> A altura do Sol pode tomar-se não só com instrumentos erectis sobre o plano do horizonte como também usando instrumentos que estão jacentes, paralelos a esse plano. Divida-se, então, uma tábua circular **abcd** em 360 graus, como é costume, colocando-a paralela ao horizonte e fabrique-se, num material duro, um triângulo rectângulo e isósceles **fgh**, de modo que os lados **fg** e **gh** façam um ângulo recto e sejam iguais ao semidiâmetro do círculo traçado. Coloque-se então esse triângulo perpendicularmente à tábua circular, de tal modo que o lado **gh** se ajuste perfeitamente a **ae**, semidiâmetro do círculo, isto é, que fique **g** com **a**, e **h** com **e**; por conseguinte o ponto **f** ficará para cima. Coloque-se também um estilete perpendicularmente ao plano, em qualquer ponto do diâmetro **bd**.
>
> Quando se quiser achar a altura do Sol acima do horizonte, rodar-se-á o instrumento até que a sombra do estilete se projecte sobre a recta **bd**. Então, a sombra do lado **fh**, ou **fe**, no quadrante **ab**, indicará a altura procurada, calculada a partir do ponto **b** na direcção de **a**. A restante parte do quadrante até **a** será a distância entre o Sol e o ZéniteA demonstração é a seguinte: Imagine-se que a superfície do círculo **abcd**, que está paralela ao horizonte, é prolongada para o lado em que as som-



bras se projectam, e seja o triângulo **ake** a sombra do triângulo rectângulo **afe**, perpendicular a esse plano e projectada no mesmo plano; que a recta **af** projecte a sombra **ak**, e seja **ek** a sombra da recta **ef**, cortando **1** o quadrante **ab**. Visto que os raios solares à superfície da terra são tidos como paralelos, a linha recta **ak** e a sombra do estilete projectada na reta **eb** serão paralelas. Sabemos que o ângulo **aeb** é recto; portanto será recto o ângulo **eak**, assim como é recto **eaf**, e por consequência será recto o ângulo **fak**, pela terceira definição do livro 11º de Euclides. Portanto, nos dois triângulos **ake** e **afk**, como o lado **ae** de um é igual ao lado **af** do outro, e **ak** é lado comum, os dois ângulos contidos pelos lados iguais são iguais, ou seja rectos, e por isso os dois ângulos **afk** e **aek** serão iguais entre si pela quarta proposição do primeiro livro de Euclides. Por outro lado, o ângulo **afk** é oposto ao ângulo de vértice em **f** que subtende o arco da distância entre o Sol e o zénite, pelo que o ângulo **aek** subtenderá de modo idêntico o arco **a1** no quadrante ab. O restante **b1** será semelhante ao arco da altura do Sol acima do horizonte, que era o que se pretendia demonstrar.

A partir desta demonstração pode ver-se, se este tipo de instrumento tiver forma quadrada, de modo a que nele se possa traçar a recta **ak** tangente ao círculo no ponto **a,** não será necessário um estilete ou uma haste cuja sombra se projecte na reta **bd.** Basta rodar o próprio instrumento até que a sombra da recta **af** se projecte sobre a recta **ak**, pois assim a sombra da recta **ef** indicará o arco da altura do Sol acima do horizonte. Se se duplicarem os lados do triângulo **fgh**, de maneira a que o lado **gh** seja igual ao diâmetro **ac** e se ajuste perfeitamente a ele, poder-se-á dividir o semicírculo **abc** em noventa partes iguais e então os graus da altura do Sol serão duplamente maiores.

Se o instrumento assim construído for colocado perpendicularmente ao plano do horizonte, e posto diante

> do Sol de maneira que a sombra da recta **af**, que já não será recta, mas versa, se projecte na reta **ak**, será **a1** o arco da altura do Sol acima do horizonte, e o restante **b1** será o arco da distância entre o Sol e o zénite. Por esta razão, a sombra recta e a versa permutam-se, por forma que, tomadas duas alturas do Sol que perfaçam 90 graus, será tanta a sombra recta de um mesmo gnómon, para uma desta alturas, quando a versa que corresponde à outra. Para uma mesma altura do Sol acima do horizonte, quer os gnómones sejam iguais, quer desiguais, a sombra recta estará em relação ao seu gnómon como qualquer outro [gnómon] estará em relação à sua sombra versa. A demonstração disto é fácil, pela quarta proposição do sexto livro de Euclides. Portanto, pela regra usual das proporções, conhecereis a sombra versa a partir da recta e, por sua vez, a recta partir da versa (NUNES, 2008, p. 358-360).

Do esforço no sentido de (re)construir, utilizar e compreender o instrumento jacente no plano, a partir dessa descrição, cabe destacar que não se conseguiu cumpri-los, sem considerar elementos do contexto em que os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos.

Ao passo que se buscava reconhecer os conhecimentos geométricos, sentia-se a necessidade de recorrer a elementos de seu contexto de elaboração. A exemplo, tem-se a tentativa de identificar o costume de se dividir a circunferência em 360 graus, que Pedro Nunes instrui, apesar de se ter o entendimento de que essa tarefa é praticamente impossível, mesmo sim, procurou-se apontar indícios para esse costume.

Nesse sentido, fez-se então um movimento de ida ao conteúdo da obra *De arte atque ratione navigandi* (1573), na qual o instrumento jacente no plano está descrito, isso como forma de identificar as leituras que Pedro Nunes havia realizado para elaborar sua obra. Dessa atividade, notou-se que o quinhentista teve acesso às edições dos *Elementos* de Euclides, de uma leitura acerca dos conteúdos dessa obra foi possível apontar um indício para o referido costume[71].

O estudo do instrumento, com base no excerto de Pedro Nunes, possibilitou tanto atribuir mais significados a ele e à incorporação de suas partes, como também tomar consciência da indissociabilidade entre o processo de construção e uso do instrumento, ou seja, entre o saber e o fazer. Ao focar em apenas um deles, sem considerar o outro, entende-se que se perde a oportunidade de compreender o instrumento em sua totalidade.

Por meio da construção e uso do instrumento jacente no plano, verificou-se que ele aborda alguns tópicos das construções geométricas, semelhança de triângulos, ângulos opostos, paralelismo entre planos, dentre outros conteúdos. Além disso, observou-se que as conclusões teóricas, indicadas por Pedro Nunes em sua obra, estavam, em grande parte, ancoradas nas definições e proposições matemáticas de Euclides e que o costume, que o quinhentista elucida, pode estar indicado nas instruções de Simão de Oliveira, apresentadas em sua *Arte de Navegar*, de 1606.

No caso da construção do instrumento jacente no plano, compreende-se que Pedro Nunes apresenta duas configurações para o aparato, sendo:

> [...] *i)* numa tábua redonda, com um triângulo colocado perpendicularmente a essa tábua e também com um estilete vertical; *ii)* numa tábua quadrada, apenas com um triângulo colocado perpendicularmente (LEITÃO, 2008, p. 688).

71 Maiores informações sobre o costume, vide Oliveira e Pereira (2020, no prelo).

Para a versão do instrumento na tábua quadrada, foi possível observar a possibilidade de existência de duas versões, uma com o triangulo retângulo isósceles, tendo seus lados iguais ao semidiâmetro da circunferência traçada sobre a tábua e outra com os lados do triângulo igual ao semidiâmetro da circunferência.

Para o caso particular da construção do instrumento jacente no plano na tábua quadrada, na versão em que os lados do triângulo retângulo isósceles sejam iguais ao semidiâmetro da circunferência traçada sobre a tábua, chegou-se na seguinte réplica física do instrumento (figura 1):

Figura 1 — Instrumento jacente no plano (re)construído

Fonte: Oliveira (2019, p. 70)

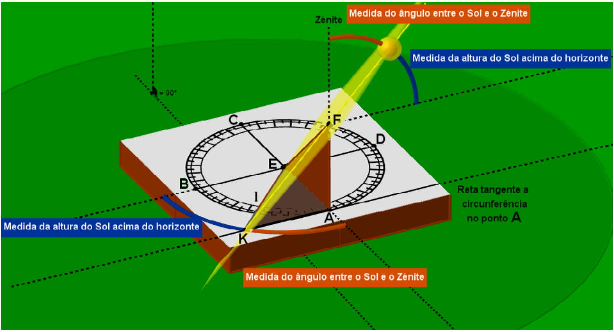
Essa réplica foi confeccionada, artesanalmente, a partir das instruções de Pedro Nunes. Na tábua de madeira, com base em artifícios de desenho geométrico, fez-se, inicialmente, a graduação da circunferência, tendo como recursos: lápis, borracha, caneta, régua e esquadros não graduados e um compasso. Posteriormente, em um compensado de madeira, foi desenhado o triângulo retângulo e isósceles, que, na sequência, foi recortado, pintado e colado perpendicularmente sobre o semidiâmetro da circunferência.

Ainda sobre essa réplica, é válido destacar que não se buscou fazer um instrumento fielmente idêntico ao que poderia ter sido construído no século XVI, visto saber que:

> [...] a reconstrução exata desses instrumentos é impossível visto que não temos notícias dos conhecimentos e técnicas mobilizados por artesãos na sua construção. A tentativa de reproduzir as condições materiais e históricas é impossível porque vivemos em outra época e, portanto, em outro contexto, em que os conhecimentos matemáticos e extramatemáticos incorporados nos instrumentos nos conduzirão a uma interpretação moderna e anacrônica do processo (SAITO, 2014, p. 28).

Quanto ao uso do instrumento jacente no plano, de posse da referida réplica física do aparato, e considerando as instruções de Pedro Nunes, realizou-se a medida da altura do Sol acima do horizonte. Para tanto, foi necessário fazer uso de um nível de bolhas para posicionar a tábua do instrumento de forma paralela ao plano do horizonte. Dessa prática, fez-se a seguinte ilustração (figura 2), na qual se pode verificar que o Sol se encontrava a uma altura de 45 graus acima do horizonte.

Figura 2 — Representação hipotética de uso do instrumento jacente no plano



Fonte: Oliveira (2019, p. 72)

Na tábua quadrada do instrumento, tem-se a circunferência graduada e sua divisão em quatro quadrantes. A altura do Sol, como se pode observar, foi verificada no aparato com base na sombra projetada pelo triângulo *FAE*, que está perpendicular à tábua. A sombra está formando, na tábua do instrumento, um outro triângulo (*KAE*), em que seu lado *EK***,** ao interceptar o quadrante *AEB* da circunferência de centro *E*, fornece o arco da altura do Sol acima do horizonte (representado nessa ilustração pelo arco na cor azul) e o seu complemento, que se refere à medida do ângulo entre o Sol e o Zênite (representado pelo arco na cor laranja).

Na situação de uso, ocorre que o triângulo da sombra projetado sobre a circunferência é congruente ao triângulo *AFK* por L.A.L. (Lado-Ângulo-Lado). Assegurada essa congruência entre os referidos triângulos, por definição de ângulo oposto pelo vértice, sabe-se que o ângulo *AFK* corresponde à altura do Sol ao zênite, assim como a parte sombreada sobre o quadrante da tábua também corresponderá a essa altura. Diante disso, é possível concluir que o complementar do triângulo *AFK* indicará a altura do Sol acima do horizonte, que, no instrumento, equivale ao arco que vai de *B* até a intersecção do lado *EK* sobre o arco que forma o quadrante *AEB*.

No passo seguinte, fala-se, em especial, da atividade realizada com o instrumento jacente no plano como forma de elencar elementos, que indiquem o potencial didático do instrumento jacente no plano, para o ensino de conhecimentos geométricos na formação inicial de professores.

4. A atividade desenvolvida na interface: organização e alguns dados elencados

À luz dos dados coletados nesses dois momentos anteriores, foi proposto um curso de extensão universitária, o qual considerando a Atividade Orientadora de Ensino - AOE, proposta por Moura *et al*. (2016), passou a ser chamado de atividade. Com ela, buscou-se reconhecer mais conhecimentos matemáticos incorporados no processo de construção e uso do instrumento jacente no plano e ainda promover discussões, análises e sínteses sobre esses conhecimentos.

Sobre a atividade, cabe destacar que esteve atrelada aos momentos previstos pela proposta de interface, em especial, ao movimento do pensamento na formação do conceito matemático, pois ela foi responsável por fornecer indícios do movimento do pensamento realizado pelos alunos, no sentido de apreenderem objetos geométricos e também de compreenderem a construção e uso do instrumento jacente no plano.

A organização da atividade manteve as três etapas realizadas por Saito e Dias (2013). Em um primeiro momento, tratou-se da intencionalidade e plano de ação, posteriormente, fez-se o tratamento didático do texto de Pedro Nunes, em que apresenta o instrumento jacente no plano e, por fim, teve-se a etapa de desenvolvimento da atividade junto aos 12 discentes, os quais eram todos licenciados em matemática, da Universidade Estadual do Ceará – UECE e que foram distribuídos em quatro grupos.

Com base nessa organização, a atividade foi desenvolvida em três etapas/episódios, assim como estipulado previamente, os encontros ocorreram nos dias 1, 2 e 3 de agosto de 2019. No primeiro dia, os alunos estudaram o instrumento jacente no plano a partir da descrição de construção e uso de Pedro Nunes; já no segundo dia, continuaram o estudo tendo como aporte tanto a referida descrição, como também uma réplica do instrumento. No último encontro, os discentes procuraram realizar a medida da altura do Sol acima do horizonte.

No decorrer de todos os encontros da atividade, foi possível observar o destaque dado pelos alunos às partes do instrumento jacente no plano, para a compreensão de sua construção e uso. Destacando, em especial, o caso do uso do aparato, foi possível observar que as necessidades, para realização da medida da altura do Sol acima do horizonte, desencadearam, nos discentes, algumas dificuldades de ordem prática, material e matemática.

Como exemplo, tem-se a tentativa de posicionar a tábua do instrumento paralela ao plano do horizonte, em que se depararam com questões adversas, como a influência do vento e necessitaram ainda recorrer a outros materiais e a conhecimentos geométricos. No quadro 1, a seguir, expõe-se, por meio de uma transcrição literal, as considerações e impressões dos discentes apresentadas, em seus relatórios, acerca das questões incorporadas na situação de uso.

Quadro 1 — Questões e considerações de ordem prática, material e matemática observadas no processo de uso do instrumento jacente no plano

Grupo	Questões de ordem Prática	Questões de ordem Material	Questões de ordem Matemática
Grupo 1	Na prática, a maior dificuldade foi o plano e pela medida parecida das equipes, provavelmente, tenha dado certo.	O uso de auxílios para a obtenção do plano reto, ou seja, paralelo à linha do horizonte. - Tijolos; - Apoio com as mãos.	A dificuldade do plano paralelo à linha do horizonte ocasionou medidas não exatas e, como a posição do Sol muda constantemente, sempre saía uma nova graduação.
Grupo 2	Tivemos dificuldades de nivelar a tábua e percebemos que havia a necessidade de adicionar um novo material.	Acrescentamos barbante ao material, pois é o meio que achamos mais lógico para nivelar a tábua com precisão.	Com a construção do barbante do plano, fizemos um nó central, de modo que, do nó aos vértices da tábua, o barbante fosse equidistante e o ponto central fosse ortogonal com o plano, assim como o plano fosse paralelo ao horizonte.
Grupo 3	- Dificuldades no nivelamento do instrumento; - Fatores naturais (vento).	- Notamos que seria preciso o auxílio de outros instrumentos ou suporte, para deixar o objeto paralelo ao horizonte. - A divisão dos ângulos foi algo essencial, que antes tínhamos desconsiderado.	Os conhecimentos sobre planos paralelos, perpendicularidade e gravidade foram necessários para o funcionamento do instrumento.
Grupo 4	- Realmente, foi utilizado no mar? - Possível uso apenas teórico.	- Necessidade de utilizar instrumentos terceiros para garantir a perpendicularidade do instrumento jacente com a gravidade e, posteriormente, o paralelismo com o horizonte.	É necessário conhecimento de Física, como gravidade, massa e peso para utilização possível do instrumento.

Fonte: Oliveira (2019, p. 140)

Como se pode observar nesse quadro, os discentes tiveram que considerar várias questões durante a situação de uso. Nesse sentido, entende-se que é importante preservar a relação de indissociabilidade existente entre essas questões, caso se tenha como intenção trabalhar com o ensino e a aprendizagem de conhecimentos geométricos, a partir da proposta de construção de interface entre história e ensino da matemática.

Na proposta de construção de interface aqui assumida, essas questões foram responsáveis por conduzir os alunos à apreensão de determinados objetos matemáticos. Dentre as vantagens de considerá-las, compreende-se que seja a abertura para a elucidação de

> [...] processos que conduzem, por exemplo, a compreender o papel da representação, visualização, abstração, raciocínio, demonstração, métodos, definições, etc, na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática (SAITO, 2016b, p. 277).

Diante do estudo da construção e uso do instrumento, aponta-se que, ao abordar o instrumento jacente no plano ou qualquer outro aparato,

> [...] devemos não só compreender as relações matemáticas implicadas nas partes de sua composição e no seu uso, mas também entender por que razão cada uma dessas partes lá estão e é mobilizada ao utilizá-lo (SAITO, 2016a, p. 12).

No que se refere aos conhecimentos abordados no instrumento jacente no plano, notou-se que, ao estudá-lo, mobiliza-se uma vasta quantidade de conhecimentos geométricos, os quais, em linhas gerais, correspondem a tópicos da geometria plana e espacial. Como exemplo, tem-se: construções geométricas, perpendicularismo entre retas e entre planos, paralelismo entre planos, reta tangente, tipos de triângulos, congruência de triângulos, circunferência, arcos, cordas e projeção.

Em relação ao trabalho com esses conteúdos, pelo que se pôde verificar na atividade de estudo do instrumento jacente no plano, entende-se que ele pode ser utilizado em sala de aula como recurso didático potencializador do desenvolvimento de processos de pensamento. Em relação ao movimento que o aluno faz para apreender esses conhecimentos geométricos, o instrumento se mostra valioso, visto desencadear discussões de ordem epistemológicas e ainda porque:

> [...] a construção de instrumentos e seu uso promove um deslocamento de concepções familiares para outras bastante incomuns. Esse deslocamento e a dialética proporcionada pela articulação entre duas diferentes concepções (do passado e do presente) favorecem a reconstrução das ideias matemáticas já preconcebidas e sedimentadas pelo discente, fazendo-o (re)significar o objeto matemático. Nesse movimento o objeto matemático é desconectado das malhas formais e reintegrado ao processo de sua elaboração, fazendo o discente tomar consciência de que a formalização é também uma construção (SAITO, 2014, p. 29).

Nessa perspectiva, nota-se um ambiente favorável para os discentes significarem e apreenderem os objetos matemáticos. Pelo trabalho com o instrumento jacente no plano, os professores podem enriquecer de história os conhecimentos geométricos, de tal forma que conduzam os processos de pensamento dos alunos a corrigi-los, complementá-los e desenvolvê-los.

5. Notas finais

A partir da realização dos objetivos dessa pesquisa, verificou-se que existe uma dialética e uma unidade entre os dois movimentos previstos na proposta de construção de interface entre história e ensino da matemática, pois, para a compreensão do instrumento, foi necessário que se estabelecesse uma aproximação/diálogo entre as informações de cada movimento.

Diante da gama de conhecimentos geométricos mobilizados na atividade com o instrumento jacente no plano e ainda dos dois movimentos realizados na interface com esse instrumento, destaca-se que a pesquisa pode ser tomada como ponto de partida para o trabalho do professor de matemática, seja no ensino superior ou na educação básica. Isso porque, a partir desse estudo, a depender de sua intenção didática, os docentes poderão atribuir ainda mais significado a determinados objetos matemáticos e também elaborar propostas de atividades que venham a favorecer aos estudantes o movimento de apreensão e compreensão do conhecimento.

Em relação à seguinte questão de pesquisa: como o instrumento jacente no plano pode favorecer o ensino de conhecimentos geométricos na formação inicial de professores de matemática? Se entende que seja através da necessidade dos discentes em compreender os conceitos que estão sintetizados nele, os quais são mobilizados durante o processo de construção e uso do aparato. Nesse sentido, o instrumento favorece tanto a compreensão de conceitos geométricos que estão sintetizados, como também o entendimento de como os conceitos se relacionam e, assim, compreender os conhecimentos incorporados.

No geral, cabe destacar três principais dificuldades vivenciadas para desenvolvimento dessa pesquisa. A primeira se refere à necessidade de entendimento da proposta de construção de interface entre história e ensino da matemática assumida. A segunda foi compreender os dois momentos previstos pela proposta de interface (o movimento do pensamento na formação do conceito matemático e o contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos). A terceira diz respeito à necessidade de se deixar de lado uma perspectiva historiográfica tradicional e passar a pensar e escrever na direção de uma vertente historiográfica atualizada.

Em relação às pesquisas futuras, entende-se que se pode, por exemplo, buscar elencar ainda mais elementos do contexto de elaboração do instrumento jacente no plano ou elaborar atividades voltadas ao ensino de determinados conhecimentos geométricos mobilizados pelo estudo do aparato. No que se refere à sua construção, pode-se explorar as outras configurações do instrumento, como a versão na tábua circular e/ou a do triângulo duplicado. Em relação ao seu uso, uma das possibilidades seria explorar o posicionamento do instrumento na vertical.

Referências

BARROS, P. B. Z. **A Arte na Matemática: contribuições para o ensino de geometria**. 2017. 206 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de pós-graduação em docência para a educação básica, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2017.

GODOY, A. S. Pesquisa Qualitativa Tipos Fundamentais. **Raje-revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

LEITÃO, H. Anotações ao *De arte atque ratione nauigandi*. In ***Pedro Nunes. Obras*, vol. IV**, Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2008, p. 515-794.

LEITÃO, H. Para uma biografia de Pedro Nunes: o surgimento de um matemático, 1502-1542. **Cadernos de Estudos Sefarditas**, Lisboa, v. 3, p. 45-82, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MOURA, M. O. de. *et al*. A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. de. (Org). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Campinas, São Paulo: Autores associados, 2016, p. 93-125.

NUNES, P. Obras: ***De Arte Atque Ratione Navigandi***. vol. IV, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

NUNES, P. **Petri Nonii Salaciensis De Arte Atque Ratione Nauigandi Libri Duo. Eiusdem in theoricas Planetarum Georgij Purbachiij annotationes, & in Problema mechanicum Aristotelis de motu nauigij ex remis annotatio vna. Eiusdem De erratis Orontij Finoei Liber vnus. Eiusdem de Crepusculis lib. I. Cum libello Allacen de causis Crepusculorum**. - Conimbricae: in aedibus Antonij à Marijs, 1573.

OLIVEIRA, F. W. S.; PEREIRA, A. C. C. Elementos iniciais da relação entre o instrumento de Pedro Nunes, jacente no plano, e o cálculo da latitude no século XVI. **História da Ciência e Ensino: Construindo interfaces**, São Paulo, v. 19, p. 39-53, 2019.

OLIVEIRA, F. W. S.; PEREIRA, A. C. C. Indícios do *costume* relacionado a divisão da circunferência em seus 360 graus presente na fabricação do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes. **Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM),** São Paulo, 2020?, no prelo.

OLIVEIRA, F. W. S. **SOBRE OS CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS INCORPORADOS NA CONSTRUÇÃO E NO USO DO INSTRUMENTO JACENTE NO PLANO DE PEDRO NUNES (1502-1578) NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**. 2019. 199 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Cocar**, Belém-PA, v. 13, n 25, p. 342-372, 2019a.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 3-19, 2016a.

SAITO, F. História e Ensino de Matemática: Construindo Interfaces. In: SALAZAR, J. F.; GUERRA, F. U. **Investigaciones en Educación Matemática.** Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016b. p. 253-291.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura** - Rematec, Natal, v. 9, n. 16, p. 25-47, maio/ago., 2014.

SAITO, F; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século

XVI. **Ciências & Educação (Bauru)**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SANTOS, T. T. B. **Contribuições do software GeoGebra para a formação de conceitos geométricos de acadêmicos ingressos na licenciatura em matemática**. 2018. 143f. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores - Universidade estadual do sudoeste da Bahia, Jequié, 2018.

SILVA, E. O. da. **Problemas no ensino de geometria:** uma proposta e análise da geometria como disciplina no ensino fundamental aliada ao ensino de desenho geométrico. 2017. 92 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

SOUZA, P. P. F. da C. **O desenvolvimento do pensamento geométrico:** uma proposta de recurso didático por meio da HQ. 2018, 146 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2017.

DADOS DOS AUTORES

Ana Carolina Costa Pereira
Pós-doutoramento em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP) e doutorado em educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). É docente Adjunta do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE e líder do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

Antonia Naiara de Sousa Batista
Graduação em Licenciatura em Matemática (2016), pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e mestrado (2018) pela Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM), no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). É vice-líder do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). Atualmente é professora substituta do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).E-mail: antonianaiarasb@gmail.com.

Eugeniano Brito Martins
Professor do IFCE, campus Canindé. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM/IFCE), com especializações em Ensino de Matemática (UECE) e Planejamento Educacional (UVA), é Estatístico (UFC) e Licenciado em Matemática (UECE). Pesquisador do Grupo de Pesquisa em

Educação e História da Matemática (GPEHM); do Grupo de Pesquisa em Educação e Matemática (GPEMAT) e do Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática da Amazônia (GHEMAZ). É editor técnico do Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM). Tendo experiência em Educação Matemática e História da Matemática, com ênfase ensino de matemática, história da matemática e formação de professores de matemática. E-mail: eugeniano.martins@ifce.edu.br.

Francisco Wagner Soares Oliveira
Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, especialista em Metodologia do ensino de matemática e física. Experiência na área de ensino de Matemática, têm como principais campos de atuação a história da matemática e a formação de professores de matemática. E-mail: franciscowagner2007@gmail.com.

Isabelle Coelho da Silva
Mestra em Ensino de Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (PGECM/IFCE). Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), com período sanduíche na Universidade de Pittsburgh. Atualmente, faz parte da Diretoria da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), regional Ceará e é doutoranda do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). E-mail: isabellecoelhods@gmail.com.

Suziê Maria de Albuquerque
Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), especialista em Coordenação Pedagógica pela Universidade Federal do Ceará (UFC), licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Atualmente é professora de matemática da Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC), bem como é membro da diretoria da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), regional Ceará e faz parte do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). E-mail: suziealbuquerque@hotmail.com.

Verusca Batista Alves
Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). Possui licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e faz parte do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE). E-mail: veruscah.alves@gmail.com.