**Ana Carolina Costa Pereira**
Organizadora

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CEARÁ: OS CAMINHOS TRILHADOS E AS PERSPECTIVAS

EdUECE

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CEARÁ: OS CAMINHOS TRILHADOS E AS PERSPECTIVAS

Ana Carolina Costa Pereira
(Organizadora)

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CEARÁ: OS CAMINHOS TRILHADOS E AS PERSPECTIVAS

Fortaleza - CE

2015

Ed UECE

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CEARÁ:**
**OS CAMINHOS TRILHADOS E AS PERSPECTIVAS**



Impresso no Brasil / Printed in Brazil
Efetuado depósito legal na Biblioteca Nacional



Editora da Universidade Estadual do Ceará – EdUECE
Av. Dr. Silas Munguba, 1700 – Campus do Itaperi – Reitoria – Fortaleza – Ceará
CEP: 60714-903 – Tel: (085) 3101-9893
www.uece.br/eduece – E-mail: eduece@uece.br

Editora filiada à

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA
DAS EDITORAS UNIVERSITÁRIAS

**Coordenação Editorial**
Erasmo Miessa Ruiz

**Diagramação e Capa**
Narcelio de Sousa Lopes

**Revisão de Texto**
EdUECE

**Ficha Catalográfica**
Vanessa Cavalcante Lima – CRB 3/1166

E 21 Educação matemática no Ceará: os caminhos trilhados e as perspectivas/ Ana Carolina Costa Pereira (org). – Fortaleza: EdUECE, 2015.

155 p.
ISBN: 978-85-7826-292-1

1. Ensino de matemática. 2. Números inteiros. 3. Formação de professores. I. Título.

CDD: 510

# APRESENTAÇÃO

Não faz muito tempo que a propagação de pesquisas na área de Educação Matemática vem tomando espaço no Estado do Ceará. Pouco mais de 10 anos, quando foi implementada a regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática no Ceará (SBEM-CE), impulsionada pela necessidade de discutir a matemática dentro e fora da sala de aula, suscitou uma disseminação de produções acadêmicas colocando nosso Estado dentro do cenário de produção de pesquisa voltada para a melhoria do ensino de Matemática. Dentre as várias vertentes da pesquisa em Educação Matemática, o estudo da formação do professor e o fornecimento de métodos e técnicas que podem melhorar a defasagem dos alunos na disciplina de Matemática são considerados tendências que tomamos como linha de investigação.

Nesse contexto o qual o Ceará vem passando, estamos propondo um material que apresenta a atualização dessa nova geração de pesquisadores dedicados a melhoria da realidade existente no nosso Estado e aproximar a universidade da escola.

Os textos aqui publicados focam diversos temas, mas todos relacionados com pesquisas em Educação Matemática no Ceará. Os estudos irão versar sobre o uso de materiais manipulativos, vídeos e quadrinhos no ensino de Matemática; e tendências que hoje estão presentes no ensino de Matemática com a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e a interdisciplinaridade. Esperamos que esta obra possa contribuir com aqueles que se dedicam a pesquisas relacionadas à Educação Matemática, principalmente atuando no Ceará.

Em especial, este livro é uma homenagem ao professor Cleiton Batista Vasconcelos, atual diretor da SBEM-CE, que faleceu prematuramente no início do ano e colaborou imensamente para a formação de professores de Matemática no Brasil. Esperamos que seus ensinamentos tenham conseguido ultrapassar fronteiras, alcançando as salas de aula, local ao qual, suas pesquisas estavam direcionadas.

Ana Carolina Costa Pereira

# SUMÁRIO

# CONSTRUINDO UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA POR MEIO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS: APRESENTANDO A FATORAÇÃO ALGÉBRICA ESTUDADA NO LABMATEN/UECE

*Ana Carolina Costa Pereira*
*Cleiton Batista Vasconcelos*

## Introdução

Desde há muitos anos, pesquisadores, professores e educadores em geral têm-se preocupado com a melhoria do ensino de Matemática. No final do século XIX, o matemático Felix Klein liderou um movimento de reforma curricular, que afetou internacionalmente o ensino de Matemática. Foi a primeira vez que os matemáticos deram importância a questões ligadas ao ensino em um congresso internacional. Os objetivos oficiais do movimento de reforma incluem "a reorientação dos métodos de ensino no sentido da intuição e das aplicações" (SCHUBRING, 1999, p. 37). Segundo Valente (2005, p. 38):

> Esse primeiro movimento de renovação internacional do ensino de Matemática produz várias conseqüências no Brasil. Dentre elas, é possível mencionar: a criação da disciplina escolar Matemática, o debate sobre a necessidade de criar faculdades de filosofia para a formação de professores de Matemática e de modo inédito até então, a emergência de discussões

> relativamente à distinção entre ser professor de Matemática e exercer o ofício de matemático.

Não só Felix Klein interferiu nesse processo de mudança no ensino de Matemática. Outros matemáticos e educadores se envolveram neste movimento. Nomes como John Dewey que teve forte reação contra o formalismo, propondo uma relação não tensa e cooperativa entre aluno e professor e uma integração entre todas as disciplinas; John Perry; Grace C. Young e William H. Young que estudaram trabalhos manuais, o concreto auxiliando o ensino da geometria abstrata; Eliakim H. Moore e Silvanus Thompson.

Dentre outras discussões, a utilização de materiais manipulativos para o ensino de Matemática começou a emergir entre os educadores e matemáticos. Nos novos enfoques voltados ao currículo encontramos a retomada do concreto. Pesquisadores como Georges Papy, Cuisenaire-Caleb Gattegno e Zoltan Dienes contribuíram muito para sua disseminação.

Hoje, principalmente após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) pelo Ministério da Educação (MEC), documento que deveria auxiliar os professores, servindo de

> apoio às discussões e ao desenvolvimento do projeto educativo de sua escola, à reflexão sobre a prática pedagógica, ao planejamento de suas aulas, à análise e seleção de materiais didáticos e de recursos tecnológicos e, em especial que possam contribuir para sua formação e atualização profissional (BRASIL, 1998, p. 5)

são apontados vários caminhos para "fazer Matemática" na sala de aula. E acreditamos que o recurso aos materiais manipulativos poderia estar entre eles.

No que se refere às discussões acerca da Matemática e seu ensino, alguns aspectos são constantemente abordados: o ensino da Matemática (acertos, falhas e consequências), a abordagem da história da Matemática (pressupostos epistemológicos e suas consequências para o ensino) e a formação do professor, entre outros.

Podem-se encontrar, ainda, muitas pesquisas centradas na busca de novos ou no resgate de velhos métodos que possam contribuir para diminuir as dificuldades dos alunos no processo de aprendizagem da Matemática. Tanto no aspecto didático-pedagógico quanto no aspecto da escolha dos conteúdos mais importantes e mais apropriados para conter a queda crescente da aprendizagem significativa da Matemática, que vem ocorrendo nas últimas décadas. Afinal não se pode esquecer que o ensino da Matemática deveria ter como objetivo preparar o aluno para que resolva problemas da vida real e desenvolva seu raciocínio lógico-dedutivo, deixando de ser um agente passivo e passando a agente ativo no processo de ensino e aprendizagem.

Atualmente, cobra-se do professor mostrar, de alguma forma, a utilidade da Matemática para os alunos, facilitando, com isso, a compreensão ou até mesmo a organização da sua realidade, pois esses mesmos alunos não veem a Matemática como uma disciplina dinâmica. Mas os cursos de formação de professores, na sua maioria, não preparam os professores nesse sentido.

Os PCNs propõem alguns caminhos para "fazer Matemática" na sala de aula. Esses caminhos consistem em algumas possibilidades para o professor construir sua prática. São recursos que englobam o uso da resolução de problemas, da História da Matemática, de calculadoras, de jogos e de novas tecnologias.

Dentre esses recursos poderíamos ainda incluir, com muita propriedade, o uso de materiais manipulativos que poderiam ser utilizados como mais uma maneira de melhorar a compreensão dos alunos, no que se refere à Matemática da sala de aula.

## Laboratório de Ensino da Matemática e Materiais Manipulativos

O ensino de Matemática vem sofrendo transformações no que diz respeito à integração do conteúdo, a sua relação com as demais disciplinas e, principalmente, a ligação entre os objetos matemáticos e a realidade concreta.

O Laboratório de Ensino da Matemática (LEM), além de ser um local onde se realizam experiências com materiais didáticos, pode ser um local onde encontramos essas transformações. Ele é um recurso que propõe um espaço físico para realizar atividades que favoreçam experiências utilizando muitos aparatos educacionais, como jogos, recursos tecnológicos (calculadoras, computadores, etc.) e materiais manipulativos. Segundo Turrioni (2003) o LEM,

> (...) além de se constituir num espaço físico destinado a se guardar materiais didáticos, deve ser um ambiente agradável, onde os presentes se sintam à vontade e dispostos a pensar, criar, construir e descobrir estratégias de Educação Matemática que visem a melhoria do ensino-aprendizagem

> de Matemática. Nesse ambiente, é importante que o aluno produza o seu material, com a orientação do professor, e não apenas manipule materiais didáticos ou jogos, adquiridos já prontos. (TURRIONI, 2003, p. 3)

Com isso, esse espaço possibilita criar um ambiente favorável à aprendizagem. Turrini (2003), a partir do trabalho de Oliveira (1983, p. 97), descreve os objetivos do laboratório de ensino da Matemática, quais sejam: desenvolver no licenciando a atitude de indagação; buscar o conhecimento; aprender a aprender; aprender a cooperar; e desenvolver a consciência crítica.

A ideia de trabalhar com o Laboratório de Ensino da Matemática como uma metodologia de ensino, para auxiliar na compreensão e aprendizagem de conceitos matemáticos, é bem antiga. Segundo Tahan (1961, p. 76), "as primeiras tentativas, nesse sentido, foram feitas na França, em 1877". Em 1883, no parecer sobre a Reforma do Ensino Primário, Rui Barbosa exalta o uso do Laboratório de Matemática para o Ensino da Geometria, afirmando que "A Taquimetria é a concretização da Geometria, é o ensino da Geometria pela evidência material, a acomodação da Geometria às inteligências mais rudimentares..." (in TAHAN, 1961, p. 76), referindo-se à Taquimetria de Lagout (Tachymètrie. Geométrie concrète en trois leçons. Cahier d'un soldat de génie, Paris, 1877).

Embora apresentando algumas desvantagens: exige recursos materiais que muitas vezes as escolas não oferecem; não pode ser aplicado a todos os pontos do programa; exige grande habilidade, entusiasmo e dedicação do professor; pode levar o aluno a aceitar, como rigorosas, certas "demonstrações" experimentais grosseiras; acreditamos que o método de ensino de Matemática utilizando o laboratório pode oferecer várias vantagens. Dentre elas, podemos destacar: tornar o ensino vivo, eficiente e agradável; facilitar a tarefa do professor, no que se refere à compreensão do aluno; levar o aluno a fazer observações, descobertas, "demonstrações"; permite ao aluno visualizar certos resultados, auxiliando-os numa posterior abstração.

Alguns pesquisadores vêm defendendo que a Educação Matemática deveria ser iniciada pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentais. Dienes dedicou boa parte de seu tempo em divulgar o uso de Materiais Manipulativos. Muitos de seus trabalhos propõem o uso de materiais para o ensino da Matemática. Para ele a criança deve ser responsável pela construção e formação dos conceitos matemáticos, e isso só será possível se esses conceitos não lhes forem impostos. Nesse sentido, o LEM seria bastante útil, uma vez que ele favorece experiências utilizando diversos aparatos educacionais, dentre os quais encontramos os Materiais Manipulativos.

Hoje no mercado podemos encontrar diversos tipos de materiais concretos que são confeccionados para determinados conteúdos matemáticos. Podemos citar o material *cuisenaire*, os blocos lógicos, os diversos tipos de ábacos, o material dourado, a torre de *Hanoi* etc. É importante ressaltar ainda que "por trás de cada material se esconde uma visão de Educação, de Matemática, de homem e de mundo; ou seja, existe, subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica" (FIORENTINI e MIORIN, 1990, p. 2).

Esses materiais podem ser encontrados na maioria das escolas públicas do Brasil, porém ficam encostados em uma sala porque a maioria dos professores não sabe utilizá-los. Uma saída para esse problema seria apostar na formação inicial de professores nos Cursos de Licenciaturas em Matemática por meio da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática e em cursos de formação continuada específica para professores já licenciados que não tiveram a oportunidade de passar por essas experiências.

No que se refere a pesquisas envolvendo o uso de materiais manipuláveis, consideramos que ainda são poucas. Behr (2005) afirma que

> Embora seja freqüentemente recomendado que as crianças aprenderiam as idéias Matemáticas com o auxílio do material concreto manipulativo, muito pouco se sabe como o auxílio do manipulativo influencia no pensamento matemático da criança ou no desenvolvimento conceitual. Um número considerável de pesquisas (Fennema, 1972; Gerling; Wood, 1976; Kieren, 1969; Suydam; Higgins, 1977) tem fornecido evidências de que o uso de materiais manipulativos facilita a aprendizagem de habilidades Matemáticas, conceitos e fundamentos. [...] A literatura contém pouca informação sobre como materiais manipulativos auxiliam de fato no funcionamento cognitivo das crianças ou por que seu uso facilita ou não a aprendizagem Matemática. (BEHR *et al. apud* NACARRATO *et al.*, 2005, p. 63)

Acreditamos assim, que nosso trabalho venha a contribuir para estudos que envolvam o uso de materiais manipulativos no ensino da Matemática, principalmente direcionado à formação inicial de professores de Matemática, tomando como exemplo experiências desenvolvidas no Laboratório de Matemática e Ensino da UECE.

## Laboratório de Matemática e Ensino da Universidade Estadual do Ceará

A ideia do Laboratório de Matemática da Universidade Estadual do Ceará surgiu com um grupo de professores que, preocupados com a qualidade do ensino de Ciências e Matemática, resolveu criar, em 1989, o Programa Cearense de Educação Básica (PROCEB), que tinha como principal objetivo promover a melhoria do ensino de Ciências e Matemática no Estado.

Sua oficialização, entretanto, só se deu em 1998, após a extinção do Curso de Licenciatura Curta em Ciências[1], quando ele passou a se chamar Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LabMatEn/UECE). A extinção do Curso ocasionou a criação do Curso de Licenciatura Plena em Matemática que, a partir de então, dispunha de uma disciplina intitulada Laboratório de Matemática, suprindo as necessidades das novas diretrizes do Ensino Superior.

Até sua criação oficial em 1998, o LabMatEn/UECE, atendeu um grande número de professores de escolas públi-

1 Até então a Universidade Estadual do Ceará ofertava o curso de Licenciatura Curta em Ciência com habilitações em Matemática, Física e Química.

cas e privadas interessados em apresentar aos seus alunos uma Matemática menos abstrata e mais acessível. Outro ponto forte do Laboratório é a preparação de alunos para as Feiras de Ciências e/ou Semanas Culturais, muito comuns nas escolas.

Atualmente o Laboratório é um espaço destinado ao estudo da Matemática e a pesquisas na área da confecção e utilização de modelos matemáticos concretos e/ou material alternativo que possam auxiliar nas aulas de Matemática, com o intuito de aperfeiçoar professores e futuros professores, quer no conteúdo matemático quer na sua prática docente, constituindo-se, assim, num recurso para complementar, apoiar ou reforçar aulas teóricas de Matemática. É, reconhecidamente, um instrumento capaz de auxiliar o desenvolvimento de habilidades do profissional de licenciatura em Matemática na utilização de modelos para resolução de problemas e interpretação de dados através do uso de material concreto em sala de aula.

O objetivo do LabMatEn/UECE continua sendo o de promover a melhoria do ensino de Matemática, junto aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UECE, pesquisando, analisando, aperfeiçoando e criando experiências Matemáticas relacionadas a conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, que possam ser realizadas com o uso de material concreto manipulativo ou não, auxiliando os alunos na preparação de suas aulas. Ele também auxilia professores e alunos do Ensino Fundamental e Médio na elaboração de atividades para feiras Matemáticas em Fortaleza.

O Laboratório de Matemática e Ensino da UECE disponibiliza ao aluno diversas experiências com material manipulativo, algumas já criadas e com os modelos à disposição no Laboratório e outras que são construídas e desenvolvidas pelos próprios alunos, quer nas aulas da disciplina de Laboratório de Matemática quer em atividades livres, realizadas no Laboratório, sob a supervisão do professor responsável e dos monitores. Dentre as experiências cujos materiais manipulativos já estão confeccionados podemos encontrar: o Tabuleiro Pitagórico; o Tabuleiro das relações métricas no triângulo retângulo; a Torre de Hanói; o Material para Estudo de Fatoração algébrica; o Material para o Estudo de produtos Notáveis; Ábacos; Material Dourado; entre outros.

Muitas das atividades elaboradas requerem roteiros pré-confeccionados que direcionam tanto o aluno quanto o professor na condução da atividade proposta. Disponibilizamos, a seguir exemplos dessas atividades:

**Quadro 01:** Atividades desenvolvidas pelo LABMATEN da UECE

| ATIVIDADE | CONTEÚDO |
|---|---|
| Atividade 01 | A Matemática como sistema formal |
| Atividade 02 | A Matemática como percepções de regularidades (Número par e ímpar) |
| Atividade 03 | A geometria como suporte ao desenvolvimento da percepção de regularidade (Dobraduras) |
| Atividade 04 | Uma geometria de movimento e manipulação (Geoplano) |
| Atividade 05 | Fatoração de Trinômio |
| Atividade 06 | Números Inteiros |
| Atividade 07 | Teorema de Pitágoras |
| Atividade 08 | Relações Métricas no Triângulo Retângulo |
| Atividade 09 | Tales de Mileto |

Desse modo, o manuseio com material manipulativo poderá ajudar o aluno a ultrapassar obstáculos inerentes aos conceitos de um determinado conteúdo matemático. Como exemplo, iremos apresentar um roteiro de atividade para trabalhar com fatoração de trinômios.

## Atividade com Fatoração de Trinômios

A fatoração de trinômios do segundo grau do tipo $ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais, com $a \neq 0$, e x é uma variável (ou incógnita), é um conteúdo que, tradicionalmente, é estudado nos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. No 8º ano, o tema é abordado quando são trabalhadas as técnicas de fatoração de expressões algébricas e, no 9º ano, quando se busca determinar as raízes de uma equação do 2º grau com ou sem a utilização da fórmula de Baskhara.

Em geral, no trabalho realizado pelo professor, o "manuseio" dos termos algébricos é feito de forma totalmente mecânica, desprovido de qualquer significado matemático que possa auxiliar o aluno na compreensão das operações que está realizando. Como resultado da metodologia empregada, o aluno muitas vezes sequer consegue identificar os valores dos números a, b e c para substituí-los nas fórmulas para a determinação das raízes.

Nosso objetivo é mostrar que é possível, utilizando material concreto, diminuir a lacuna que existe entre o que o professor ensina e o que, realmente, o aluno aprende. Para tanto, utilizaremos um material concreto que nos permite dar um novo significado à fatoração de certos trinômios do 2º grau.

## Descrevendo o material

Neste trabalho, para a fatoração de trinômios com coeficientes naturais utilizaremos um material de fácil confecção e com custo quase zero, que pode ser construído em cartolina, papelão, EVA (Etil Vinil Acetato) ou em madeira, consistindo de peças em quantidade variável e de três espécies: quadrado grande, quadrado pequeno e retângulo.

As medidas dos lados dos quadrados podem ser quaisquer medidas, bastando ser diferentes, mas é interessante que o lado do quadrado menor não caiba um número inteiro de vezes no lado do quadrado maior, conforme veremos mais adiante. Os retângulos devem ser construídos de forma tal que um de seus lados tenha medida igual a do lado do quadrado grande e outro tenha medida igual a do lado do quadrado pequeno.

A figura a seguir ilustra os três tipos de peças e a relação entre as medidas de seus lados.

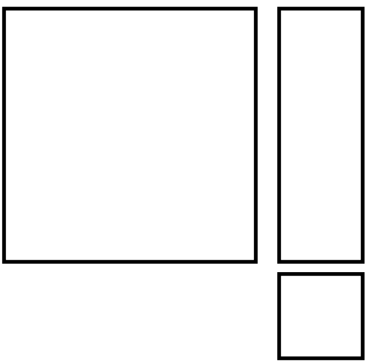


**Figura 01:** Peças e a relação entre seus lados.

Faremos referência a esse material como jogo, material concreto ou quebra-cabeça que será composto de tantas peças quantas forem necessárias.

## Os trinômios e o quebra-cabeça

Por trinômio do segundo grau na variável x entendemos uma expressão algébrica do tipo $ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais, com $a \neq 0$. O domínio da variável x, ou seja, o conjunto de todos os valores que podem ser utilizados no lugar de x é o conjunto dos números reais.

Tomando as peças descritas anteriormente e pensando no quadrado grande como possuindo lados de medidas x e no quadrado pequeno como um quadrado de lados medindo 1 unidade de comprimento, suas áreas serão, respectivamente, $x^2$ e 1. O retângulo terá lados x e 1 e sua área será, portanto, x. A figura a seguir ilustra essa associação.

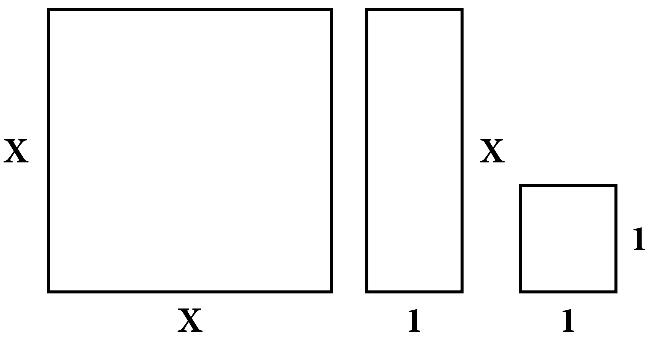



**Figura 02:** Medidas dos lados das peças

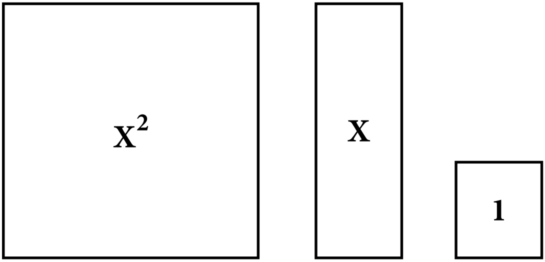
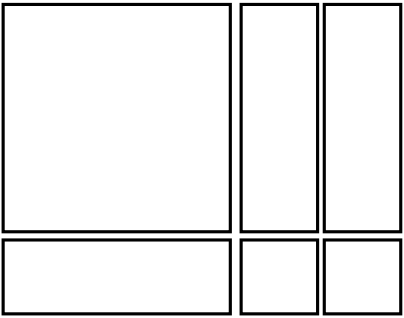


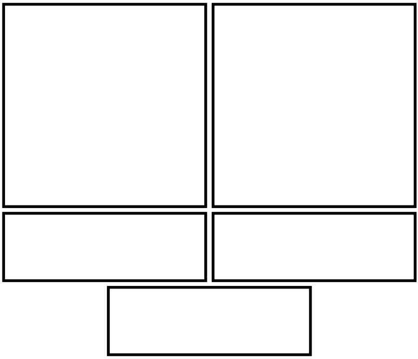

**Figura 03:** Área das peças

Assim, qualquer figura formada com essas peças possuirá uma área que poderá ser dada por uma soma do tipo $ax^2 + bx + c$, com a, b e c sendo números inteiros não negativos, nem todos nulos. Se na figura tivermos pelo menos um quadrado grande, então, sua área pode ser pensada como um trinômio do segundo grau na variável x. Vejamos,

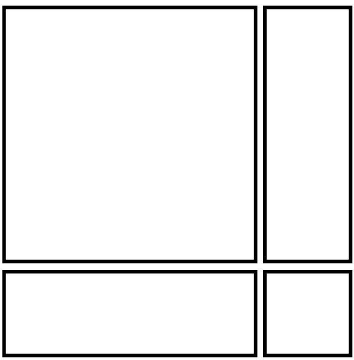
01. Exemplo. Qualquer figura que possamos formar com um quadrado grande, três retângulos e dois quadrados pequenos terá área que pode ser dada pela soma $x^2 + 3x + 2$.



02. Exemplo. Uma figura formada por dois quadrados grandes e três retângulos terá área igual a $2x^2 + 3x$.



03. Exemplo. O trinômio $x^2 + 2x + 1$ pode ser pensado como a área de uma figura formada por um quadrado grande, dois retângulos e um quadrado pequeno.



## A fatoração de trinômios

Para fatorar um trinômio do tipo $ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais com $a \neq 0$, entenderemos encontrar números reais A e B tais que $ax^2 + bx + c = a(x + A)(x + B)$. Vejamos,

04. Exemplo. O trinômio $x^2 + 5x + 6$, em que $a = 1$, pode ser fatorado como $(x + 3)(x + 2)$.
05. Exemplo. O trinômio $4x^2 + 8x + 4$, em que $a = 4$, pode ser fatorado como $4(x + l)(x + 1)$ ou, ainda, $4(x + 1)^2$.

É importante observarmos que nem todo trinômio do tipo em questão pode ser fatorado. Os trinômios que não podem ser fatorados são ditos de trinômios irredutíveis em R. Eles e os polinômios do tipo $bx + c$, em que b e c são números reais com $b \neq 0$, se comportam para o conjunto dos polinômios em R, isto é, os polinômios com coeficientes reais, como os números primos se comportam para o conjunto dos números naturais.

06. Exemplo. O trinômio $x^2 + 1$, que corresponde a $x^2 + 0x + 1$, não pode ser fatorado e é, portanto, irredutível.
07. Exemplo. O trinômio $2x^2 + 2x + 1$ é irredutível, isto é, não pode ser fatorado, sendo um polinômio irredutível.

Para fatorar o trinômio $x^2 + 5x + 6$, do exemplo 04, inicialmente escrevemos $5x$ como $2x + 3x$, obtendo

$$x^2 + 5x + 6 = (x^2 + 2x) + (3x + 6).$$

Colocamos x em evidência nos primeiros parênteses e 3 em evidência, nos segundos, obtendo

$$x^2 + 5x + 6 = x(x + 2) + 3(x + 2).$$

Finalmente, colocamos x + 2 em evidência e obtemos

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3),$$

que é a fatoração do trinômio dado.

A fatoração de $4x^2 + 8x + 4$ pode ser obtida como segue.

Inicialmente, colocamos 4 em evidência, obtendo

$$4x^2 + 8x + 4 = 4\ (x^2 + 2x + 1);$$

em seguida, escrevemos 2x como x + x, obtendo

$$4x^2 + 8x + 4 = 4\ [(x^2 + x) + (x + 1)];$$

colocamos x em evidência no interior dos primeiros parênteses, obtendo

$$4\ x^2 + 8x + 4 = 4\ [x\ (x + 1) + (x + 1)];$$

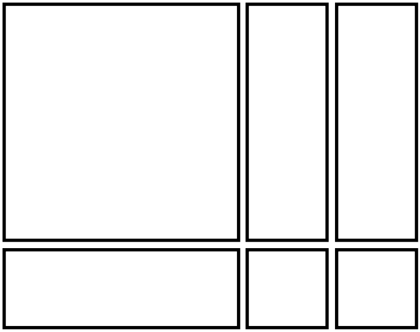
colocamos x + 1 em evidência e obtemos

$$4x^2 + 8x + 4 = 4(x + 1)(x + 1) = 4(x + 1)^2.$$

É importante observarmos que o processo descrito anteriormente não é de fácil compreensão e requer do aluno um grande entendimento do que vem a ser um trinômio do segundo (ou uma expressão algébrica), o que só é possível depois de algum tempo de estudo.

## Fatorando trinômios com o material concreto

Como vimos no exemplo 01 anterior, qualquer figura formada com um quadrado grande, três retângulos e dois quadrados pequenos terá área que pode ser dada pela soma $x^2 + 3x + 2$. Em especial, a figura a seguir:



A disposição das peças na figura nos permite visualizar um retângulo cujos lados medem x + 2 e x +1 e, portanto, possui área (x + 2)(x + 1). Assim, podemos concluir que $x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$, sendo esta uma fatoração do trinômio dado.

Podemos, portanto, definir a fatoração de trinômios usando nosso quebra-cabeça como segue.

**Definição.** Fatorar um trinômio do tipo $ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números naturais, com $a \neq 0$, utilizando as peças do quebra-cabeça, é formar um retângulo utilizando as peças associadas ao trinômio dado e obter a área desse retângulo como produto das medidas de seus lados.

É importante observarmos primeiramente que, como dissemos anteriormente, as figuras formadas por nosso quebra-cabeça só podem ser associadas a trinômios do segundo grau com coeficientes naturais. Em segundo lugar, o fato de não conseguirmos formar um retângulo com as peças do nosso quebra-cabeça não significa que o trinômio associado às peças não seja fatorável. Pode ocorrer de, apenas, não termos conseguido visualizar a solução.

## Utilizando o material: atividades propostas

**Atividade 01:** Elabore uma sequência de atividades que leve o aluno a associar corretamente trinômios do segundo grau à área de figuras planas e área de figuras planas formadas com as peças do nosso quebra-cabeça a trinômios do segundo grau.
**Atividade 02:** Elabore uma sequência de atividades que leve o aluno a concluir que se o trinômio $x^2 + bx + c$, em que b e c são números naturais não nulos, for fatorável na forma $(x + A)(x + B)$, então a soma $A + B$ é igual a b.
**Atividade 03:** Elabore uma sequência de atividades que leve o aluno a concluir que se o trinômio $x^2 + bx + c$, em que b e c são números naturais não nulos, for fatorável na forma $(x + A)(x + B)$, então o produto AB é igual a c.
**Atividade 04:** Observe que o trinômio $x^2 - 3x + 2$ pode ser fatorado como o produto $(x - 2)(x - 1)$. Tente, utilizando o material concreto apresentado, dar um sentido a essa fatoração.

## Algumas Considerações

Conforme dissemos anteriormente, nosso estudo é parte de um trabalho que vem sendo desenvolvido há algum tempo e cujo objetivo principal é promover uma melhoria na qualidade do ensino de Matemática no Ceará. Com a inclusão da disciplina Laboratório de Matemática no Curso de Licenciatura em Matemática da UECE, os futuros professores passaram a ter acesso a uma metodologia de ensino que vem se constituindo um diferencial na sua formação.

Esperamos ainda que nosso trabalho venha contribuir com pesquisas e discussões internas ao grupo de alunos e pesquisadores ligados ao Laboratório de Matemática e Ensino da Universidade Estadual do Ceará – UECE e, consequentemente, com pesquisas brasileiras nessa área, além de colaborar particularmente com ensino de Matemática no Ceará.

## Referências


BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Matemática (5ª a 8ª série). Brasília: MEC/SEF, 1998.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de Matemática. **Boletim SBEM-SP**, ano 4, n. 7, 1990.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, p. 1-6, 2005.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática: As razões de sua necessidade**. Curitiba, PR. 1983. Dissertação de Mestrado, UFPR.

POST, T. R. O Papel dos materiais de manipulação no aprendizado de conceitos matemáticos. In: LINDQUIST, Mary Montgomery **Selected Issues in Mathematics Education.** Tradução: Elenisa T. Curti e Maria do Carmo Mendonça, 1981. (texto mimeo).

SCHUBRING, Gert. **O Primeiro Movimento Internacional de Reforma Curricular em Matemática e o Papel da Alemanha:** um estudo de caso na Transmissão de Conceitos. Zetetiké, Campinas: CEMPEM, nº 11, vol. 7, p. 29-49, jan – jun, 1999.

TAHAN, M. Didática da Matemática. 2º Volume. Edição Saraiva, São Paulo, 1961.

TURRIONI, A. M. S. e PEREZ, G. O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores. **Anais do VII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. UNESP, São Paulo – Rio Claro, 2003.

VALENTE, W. R**. Euclides Roxo e a história da educação Matemática no Brasil.** Revista Iberoamericana de Educación Matemática, v. 1, n. 1, p. 89-94, março. 2005.

# A UTILIZAÇÃO DE QUADRINHOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

*Ana Carolina Costa Pereira*

## Introdução

A Educação Matemática como uma área de investigação que tem entre seus objetivos fornecer instrumentos metodológicos que possam ser utilizados pelo professor de Matemática em suas atividades didáticas. Entre os diversos ambientes para a efetivação são estudados recursos metodológicos, tais como, a Resolução de Problemas, Jogos e Materiais Manipulativos, Modelagem Matemática, Etnomatemática, Informática Educativa, História da Matemática, etc. Recentemente o uso de Quadrinhos no Ensino de Matemática tem nos chamado atenção.

O uso dos Quadrinhos no ensino pode ser tratado como método ou técnica para a melhoria do ensino de Matemática. É difícil encontrar alguém que nunca tenha tido contato com Quadrinhos. Na infância eles são uma forma de desenvolver e estimular a leitura. Já na idade adulta eles servem como lazer. As bancas de revistas estão lotadas dessas publicações, sejam elas revistas em Quadrinho mensais, tirinhas impressas diariamente nos jornais, ou até mesmo como publicações específicas que reúnem uma quantidade expressiva dessas histórias. Os Quadrinhos sempre foram uma mídia sedutora para o público infantojuvenil (PEREIRA, 2010).

Embora os Quadrinhos não estejam em vasta expansão, como na década de 1970, eles estão presentes em vários filmes americanos que atualmente estão em cartazes nos cinemas. As bancas de revistas e livrarias ainda guardam uma sessão com diversos "gibis" para um público seleto de consumidores, pois é difícil conhecer alguém que não goste de Quadrinhos.

Na Educação, o uso de Quadrinhos e/ou tirinhas ganhou fama principalmente em questões de vestibulares e avaliações externas tais como Prova Brasil, Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Programme for International Student Assessment (PISA), Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Por exemplo, no ENEM, na sua matriz de referência, algumas competências voltadas para a área de Matemática e suas Tecnologias, ressaltam a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano além da interpretação de informações de diversas naturezas, fazendo com que os Quadrinhos sejam um excelente recurso contextualizador. Vejamos a seguir a questão 38 da prova de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias do vestibular da UERJ de 2011:

A definição apresentada pelo personagem não está correta, pois, de fato, duas grandezas são inversamente proporcionais quando, ao se multiplicar o valor de uma delas por um número positivo, o valor da outra é dividido por esse mesmo número.
Admita que a nota em Matemática e a altura do personagem da tirinha sejam duas grandezas, x e y, inversamente proporcionais.
A relação entre x e y pode ser representada por:

(A) $y = \frac{3}{x^2}$ (B) $y = \frac{5}{x}$ (C) $y = \frac{2}{x+1}$ (D) $y = \frac{2x+4}{3}$

A utilização de Quadrinhos na educação ainda é incipiente no que se refere a pesquisas acadêmicas. Podemos encontrar alguns professores e pesquisadores que desenvolvem trabalhos envolvendo esse tema nas áreas de Física, Ciências, Português, História e Línguas (CÓRIO, 2006). Porém, dificilmente encontramos o uso desse recurso nas aulas de Matemática (TONON, 2009). Santos (2003) afirma que o potencial didático-pedagógico dos Quadrinhos envolve muitas aplicações: incentivo à leitura, utilização em livros didáticos, aprendizado de línguas estrangeiras; discussão de temas; dramatização; e educação popular. Mas até que ponto essas pesquisas estão chegando às salas de aulas? Como efetivamente aplicar os Quadrinhos nas aulas de Matemática?

Nesse contexto, é preciso fornecer aos docentes ferramentas necessárias para que os estudantes possam ter uma aprendizagem significativa, ampliando as maneiras de pensar criticamente a realizada, sendo capazes de desenvolver competências como argumentar, resolver problemas e relacionar os conceitos trabalhados em sala de aula a uma realidade concreta. Acreditamos que os Quadrinhos podem ser um recurso que alia essas características que o aluno deve desenvolver.

## Potencialidades dos Quadrinhos na Educação

Os Quadrinhos possuem potencialidades pedagógicas especiais e podem dar suporte a novas modalidades educativas, podendo ser aproveitadas em diversas disciplinas de maneira interdisciplinar, fazendo com que ocorra um aprendizado reflexivo e prazeroso. Eles também estimulam a imaginação e a criatividade e, fundamentalmente, despertam o interesse pela leitura e escrita, contribuindo para a produção de textos.

Dentre os vários tipos de Quadrinhos, podemos encontrar o *Cartoon* (em português, cartum), a charge, caricaturas, tirinhas, gibis, entre outros. Por definição, as Histórias em Quadrinhos são sequências de imagens dentro de quadros criados proporcionalmente retratando pequenas Histórias, acompanhadas por balões representando diálogos de personagens, de modo a favorecer a sua compreensão. Enquanto as Tirinhas em Quadrinhos são pequenas Histórias, contadas em três ou quatro quadros narrando Histórias dos mais variados gêneros e estilos.

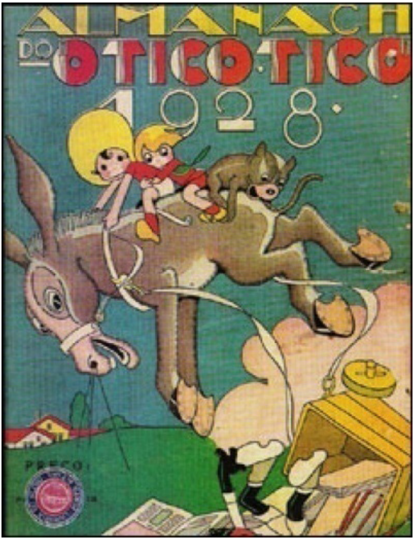



**Figura 01:** Almanaque do Tico-Tico de 1928

Não se sabe ao certo quando e onde surgiram as Histórias em Quadrinhos. Dentre suas várias origens, alguns pesquisadores (LUYTEN, 1985; CARVALHO, 2006; VERGUEIRO, 2012), relatam que nasceu oficialmente nos Estados Unidos em 1895 com a publicação “O Menino Amarelo (Yellow Kid)” de Richard Outcault. No Brasil a revista ilustrada “Tico-Tico”, criada em 1905 foi uma precursora das Revistas em Quadrinhos, trazendo poesias e passatempos divertidos. Carvalho (2006, p. 26) ressalta que:

> As revistas que traziam apenas Quadrinhos surgiram na década de 1930,

> nos Estados Unidos. (...) No Brasil, o jornalista Adolfo Eizen, que já havia lançado o primeiro suplemento juvenil nos jornais, também foi responsável pela primeira revistas em Quadrinhos, em 1939: O Mirim. Entre outros, O Mirim trazia Dick Tracy, Supermam e Batman (O Morcego Negro).

A Editora Brasil-América (EBAL), fundada em 1945 por Adolfo Aizen, foi um dos pioneiros na produção e edição de Histórias em Quadrinhos dedicadas a temas relacionados à educação e, especialmente, à História. O uso de Quadrinho voltado para a educação já percorreu inúmeros protestos. Os primeiros inimigos dos Quadrinhos no Brasil foram os padres. Classificavam os Quadrinhos como "imorais" e "desnacionalizantes". Em 1922, a Associação Brasileira de Educadores – ABE considerava que as crianças que leem Quadrinhos adquiram hábitos estrangeiros prejudiciais, e em 1939 a Igreja reforçou essa ideia. Em 1944, o Instituto Nacional de Educação e Pesquisa – INEP apresenta um estudo preconceituoso no qual afirmava que as Histórias em Quadrinhos provocavam "Lerdeza Mental".

Hoje podemos perceber que os Quadrinhos podem possibilitar diversas habilidades. De modo geral, eles podem estimular a criatividade, despertar o interesse pela leitura e pela escrita, tão utilizada nas diversas áreas do ensino: Português, Matemática, Física, Química, Biologia, Geografia, entre outros; além de desenvolver a socialização em grupos, pois para a confecção de Quadrinhos o trabalho em grupo é muito importante.

Vergueiro (2012) identifica algumas formas de utilização dos Quadrinhos na educação: para introduzir um tema que será desenvolvido posteriormente com a ajuda de outros recursos, para aprofundar os conceitos já estudados anteriormente pelo professor (formalização), para motivar uma discussão acerca de determinado tema.

Carvalho (2006) também propõe a utilização dos Quadrinhos em sala de aula: como ferramenta didática (em exercícios e exemplos das mais diversas disciplinas) e exercício multidisciplinar na criação de Histórias em Quadrinhos. Por exemplo, em uma sala de aula um aluno faz os desenhos da história; outro escreve a narração e os diálogos; um faz a revisão; quem tem a letra bonita escreve nos balões; e um último aluno faz a arte final. Isso faz com que todos os alunos possam participar de alguma forma, mostrando as aptidões de cada um.

No que se refere às disciplinas da área de Ciências, ou seja, Física, Química, Biologia e Matemática, podemos propor várias intervenções utilizando Quadrinhos. Na **física** os Quadrinhos podem aparecer em exercícios tradicionais de carros e aviões para calcular a velocidade média ou em outros conceitos, como ponto de equilíbrio, distribuição de massa, concentração de força em um único ponto. Na **química** o professor pode propor um problema que misture a velocidade média da física com um personagem eminentemente químico, ou um trabalho com a solubilidade em água e toxicidade de veneno (Homem-Aranha), teorizar sobre a radiação (Quarteto Fantástico). Na **biologia** podemos comparar poderes de animais que inspiram os super-heróis quando propormos aos alunos que criem seus próprios super-heróis, ou estudar o sistema digestivo da Magali ou ainda o esqueleto humano do Zé Caveirinha (CARVALHO, 2006).

Porém, ressaltamos, os Quadrinhos não devem ser o único recurso que o professor deve utilizar na sala de aula, ou mesmo ele não deve explorar apenas elementos gráficos, mas devem ser utilizados como uma oportunidade de discutir, estimular e praticar o processo criativo. Por isso que o aprendizado dos alunos por meio dos Quadrinhos depende muito da forma que é incorporada pelo professor, principalmente na hora de organizar o ensino a partir dos Quadrinhos.

## Quadrinhos e o Ensino de Matemática

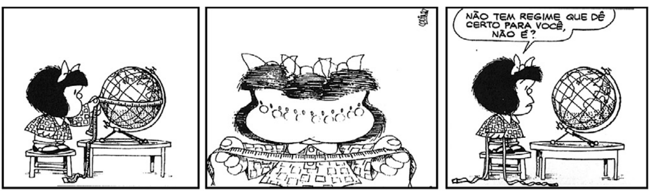
Nas aulas de Matemática, os Quadrinhos podem ser utilizados de forma a motivar os alunos a criar histórias baseadas em situações Matemáticas, contribuindo, ainda, com a desmistificação da imagem negativa criada em torno da disciplina, mostrando que a Matemática pode ser vista de uma forma atraente, divertida e desafiadora.

A atividade com Quadrinhos, além de ter como objetivo desmistificar a imagem da matemática, pode incentivar a criatividade e a cooperação entre os pares, propiciar oportunidade de investigação, na busca de diferentes formas de encontrar resultados, e abordar conceitos matemáticos de forma lúdica e criativa. Carvalho (2006) exemplifica essa utilização, apontando a aplicação no conceito de proporção para a confecção de Fanzines e/ou o conteúdo de potenciação/multiplicação quando

> (...) Cebolinha (tornou-se gigante, graças a uma fórmula do Franjinha); Mônica (Ficou minúscula, por causa do pó de um duende); Tio Patinhas,

> Donald e os Sobrinhos (ficaram pequenos, por meio de invenções do Professor pardal e chegaram a entrar em um formigueiro) (...). (CARVALHO, 2006, p. 85)

Nesse mesmo enfoque, a utilização de Quadrinhos expostos nas mídias pode ser um caminho de minimizar o tempo da confecção, porém o professor deve lembrar que eles não foram produzidos para um fim educacional, ficando a seu cargo, fazer essa relação para o ensino do conteúdo matemático. Na tirinha a seguir, da Mafalda, o docente pode trabalhar o conteúdo de geometria espacial com o protótipo do globo terrestre:




(QUINO, Toda Mafalda. São Paulo: Martins Fontes, 2008, p. 194)

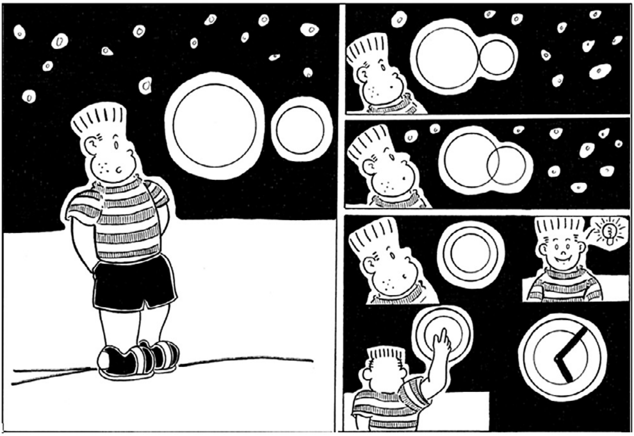
**Figura 02:** Tirinha da Mafalda (2008)

Na produção de Quadrinhos, o professor pode desenvolver com o aluno muitos conceitos matemáticos que vão desde a confecção dos quadros em que o desenho geométrico estará presente (traçar retas paralelas, perpendiculares, divisão de segmento, etc), conceitos de proporção trabalhados no tamanho dos quadros, ou estudar equações na montagem das páginas. A partir disso, o professor pode dar temas baseados em conteúdos matemáticos que o aluno desenvolva uma História em Quadrinho e/ou Tirinha para posteriormente ser discutido no grupo. A seguir, apresentaremos uma tirinha confeccionada por alunos da Licenciatura em Matemática da UECE em um curso de formação complementar.


**Figura 03:** Tirinha produzida por um aluno

Outro modo de inserir os Quadrinhos nas aulas de matemática é o professor confeccionar o próprio Quadrinho para um conteúdo específico que necessita desse recurso metodológico. Nesse momento, ele poderá utilizá-lo como forma de introduzir e/ou formalizar um conceito matemático ou no enunciado de exercícios/avaliação.

Como uma forma de contribuir para disseminação dos Quadrinhos no ensino de Matemática, estamos produzindo Quadrinhos de conteúdos específicos para o estudo de conceitos matemáticos. Nosso intuito é criar roteiros de diversas atividades utilizando Quadrinhos produzidos sobre um conteúdo de matemática. Para isso, criamos personagens da "Turma de Tales" que aparecem nas sequências de quadros sob diversos cenários (praia, padaria, casa, etc).



Francis Regis Soares de Sousa

**Figura 04:** Tales em... Um eclipse matemático

Nesse contexto acreditamos que os Quadrinhos podem ser um instrumento que possibilite uma aprendizagem mais prazerosa e contextualizadora para o ensino de matemática. Porém, ainda encontramos pessoas que reduzem sua utilização apenas nos anos iniciais de formação do aluno, descartando sua utilização em estágios que o aluno precise formalizar conceitos.

## Algumas Considerações

O uso de Quadrinhos no ensino de Matemática ainda é embrionário. Isso porque poucas pesquisas estão direcionadas para essa vertente, de modo que, para esse recurso chegar às salas de aulas do Ensino Fundamental e Médio precisa estar inserida na formação inicial e continuada dos professores.

Alguns professores até utilizam os Quadrinhos nas suas aulas, mas isso representa uma parcela mínima no ensino.

Ainda existe preconceito envolvendo Quadrinhos na educação, principalmente na Matemática. Muitos consideram como uma "atividade infantil". Nosso intuito é desmitificar e mostrar as potencialidades dessa ferramenta pedagógica e fazer com que o professor acredite na sua utilização. É evidente que a falta de algumas habilidades, como desenhar, criar o roteiro e os diálogos pode ser um obstáculo tanto para o professor como para o aluno, mas acreditamos que o trabalho em grupo pode superar essas barreiras.

Deste modo, o docente precisa conhecer, entender e experimentar o Quadrinho na Matemática para vislumbrar suas aplicações posicionando diante dessa metodologia, ainda desconhecida por muitos.

## Referências


CARVALHO, D. J. **A Educação está no Gibi. Campinas**. SP: Papirus Editora, 2006.

CORION, M, L, F. O **personagem "Chico Bento", suas ações e seu contexto:** um elo entre a tradição e a modernidade. 2006. Dissertação de Mestrado - Universidade de Marília, UNIMAR, Marília (SP), 2006.

LUYTEN, S. M. B.(Organizadora). **História em Quadrinhos**: Leitura Crítica. 2ª ed. São Paulo: Paulinas,1985.

PEREIRA, A. C. C. Algumas notas sobre as potencialidades de Quadrinhos nas Aulas de Matemática. **REMATEC:** Revista de

Matemática, Ensino e Cultura, Natal, RN: EDURFN, ano 5, n. 6, p.20-24, jul./nov. 2010.

SANTOS NETO, E. dos; SILVA, M. R. P. da. **Histórias em Quadrinhos & Educação:** formação e prática docente. São Paulo: Universidade Metodista de São Paulo, 2011.

SANTOS, R. E**. A História em Quadrinhos na sala de aula**. In: XVI Congresso Brasileiro de Comunicação, 2003, Belo Horizonte. XXVI Congresso Brasileiro de Comunicação, 2003.

SILVA, M. R. P. da; NETO, E. dos S. **Histórias Em Quadrinhos e Práticas Educativas.** São Paulo: Criativo, 2013. 112 p.

TONON, S. **As Histórias em Quadrinhos como recurso didático nas aulas de Matemática**. Em extensão, Uberlândia, v. 8, n. 1, p. 72 - 81, jan./jul. 2009.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. In: RAMA, Â.; VERGUEIRO, W. (orgs.). **Como usar as histórias em Quadrinhos na sala de aula**. 4ª. ed. 1ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2012, p. 7- 29.

# PRODUÇÃO DE AUDIOVISUAIS E FORMAÇÃO PARA A DOCÊNCIA: EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

*Márcio Nascimento da Silva*
*Nilton José Neves Cordeiro*

## Introdução

Apesar das orientações estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases de 1996 e por Resoluções do Conselho Nacional de Educação implicarem em mudanças, fazendo com que os cursos de licenciatura incluíssem em suas matrizes curriculares a prática de ensino, ainda é nítida a dificuldade que os recém-formados enfrentam ao ingressar, definitivamente, no mercado de trabalho. Obviamente que o curso superior não pode antever e preparar para todas as situações que possam acontecer no exercício da docência da educação básica, mas, por outro lado, é preocupante que depois de quatro ou cinco anos de graduação, o egresso, em geral, ainda se sinta tão despreparado para a atuação em sala de aula.

Ações como o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) tendem, a longo prazo, diminuir o abismo entre a formação na universidade e a prática na escola, uma vez que desde os primeiros períodos de graduação os licenciandos já podem experimentar, sob orientação, a realidade escolar. Claro que esta vivência escolar em termos de universidade não está condicionada à participação em projetos de grande porte como esse, mas, sem dúvida, as oportunidades oferecidas por tal Programa motivam e seduzem o estudante a dar maior atenção à sua própria formação. O estágio supervisionado, por exemplo, não oferece tantas alternativas.

Mesmo com a ampliação do PIBID nos últimos anos, nem todos os licenciandos têm a oportunidade de participar do programa. Quer seja por questões pessoais (muitos trabalham e/ou moram em cidades distantes da sede da universidade, por exemplo), quer seja pelo número ainda relativamente pequeno de bolsas em alguns casos. Para exemplificar, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), localizada em Sobral, Região Norte do Ceará, e onde os autores desenvolvem suas atividades, o número de estudantes bolsistas que participam do PIBID não chega a 10% do total de alunos do curso.

Desta forma, faz-se necessário um refletir sobre como o curso de licenciatura pode melhor preparar seus estudantes, não apenas no aspecto teórico, mas considerando questões emocionais, sociais e, também, na perspectiva da sua prática docente, que tem grande importância. Como conduzir a formação do universitário para que a transição Universidade/Escola seja menos traumática? Até onde depende do professor do curso de licenciatura, na condição de formador, a função de preparar os futuros docentes para além dos aspectos teóricos, mesmo que esse professor não ministre a disciplina de Didática?

Nas próximas páginas faremos uma reflexão sobre essas questões, bem como relataremos uma experiência utilizando recursos audiovisuais.

## A formação de professores de Matemática na UVA e o Laboratório de Vídeos Didáticos

O curso de Licenciatura em Matemática da UVA é o único, em caráter regular, que forma professores para essa disciplina na Região Norte do Ceará. Alunos de aproximadamente 40 cidades próximas a Sobral estão no curso, sendo que poucos residem nesta cidade. Desta forma, um dos primeiros pontos a considerar na formação desses futuros professores é a dificuldade para atividades além das aulas. Uma pequena parte desses estudantes consegue emprego na cidade sede da Universidade ou consegue alguma modalidade de bolsa. Nesses casos, alguns passam a morar mais próximo aos campi e desenvolvem outras atividades além das disciplinas, mas, em geral, a formação se dá exclusivamente no contato em sala de aula, com outros estudantes e professores.

É preciso, também, entender os motivos que trazem os estudantes ao curso. A busca pela Licenciatura, de acordo com o relato dos próprios alunos, se dá pelos mais variados fatores: opções de emprego na cidade de origem ao terminarem o curso, afinidade com a disciplina nos tempos de estudante da escola básica e insucesso no ingresso em outros cursos na área de exatas são os mais citados. Chama a atenção o fato de poucos terem convicção de que a docência, por si só, é uma opção.

Ademais, os estudantes têm que conviver com o histórico estigma da profissão. Assim, eles precisam construir a sua identidade, como destaca Pimenta (1996):

> A identidade não é um dado imutável. Nem externo, que possa ser adquiri-

> do. Mas é um processo de construção do sujeito historicamente situado. A profissão de professor, como as demais, emerge em dado contexto e momento históricos, como resposta à necessidades que estão postas pelas sociedades, adquirindo estatuto de legalidade. Assim, algumas profissões deixaram de existir e outras surgiram nos tempos atuais. Outras adquirem tal poder legal que se cristalizam a ponto de permanecerem como práticas altamente formalizadas e significado burocrático. Outras não chegam a desaparecer, mas se transformam adquirindo novas características para responderem a novas demandas da sociedade. Este é o caso da profissão de professor. (p. 75)

De outro lado, um ponto que merece reflexão é a questão da formação do formador: "dos professores universitários não se exige formação pedagógica específica nem prestação de contas acerca do seu trabalho docente" (BELLETATI, 2011), sendo clara a diferença entre os perfis dos professores universitários e os da educação básica, onde muitas vezes, os primeiros, não têm experiência no campo de trabalho daqueles que estão sendo formados. Como bem descreve Melo (2010),

> A formação inicial dos professores de matemática que atuam como formadores nas universidades, centros de ensino e institutos é do ponto de vista da certificação de um curso superior, de bacharelado, tendo sido prepara-

> dos nessa modalidade para lidar com a prática científica da matemática, e de licenciados, inicialmente aptos a lidar com a prática pedagógica dessa área, atuando na segunda metade do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Assim, os cursos de pós-graduação, bem como os demais cursos e programas de formação continuada e as reflexões produzidas no interior das instituições, passam a ter importância vital para a formação docente do formador. (p. 33)

Assim, em busca de uma formação adequada e satisfatória para os futuros professores da educação básica, faz-se necessário criar um ponto de convergência entre as concepções dos docentes universitários e dos licenciandos. Embora o quadro seja desafiador, é possível "colaborar no processo de passagem dos alunos do seu *ver o professor como aluno* ao seu *ver-se como professor*" (PIMENTA, 1996).

Estando o curso de Licenciatura em Matemática da UVA inserido nesse contexto, é que algumas ações foram realizadas com a finalidade de se buscar o tal ponto de convergência mencionado acima. Entre elas, destacamos a criação do Laboratório de Vídeos Didáticos (LAVID) que nasceu de experiências realizadas pelos autores deste artigo com alguns estudantes de curso, que participavam de forma voluntária.

Em meados de 2010, com a popularização já consolidada das câmeras digitais (que não só fotografam, mas filmam e captam áudio), com a perspectiva de que o celular viria a incorporar com alguma qualidade essas funções (confirmando-se pouco tempo depois) e com as melhores condições de acesso à internet, a utilização desses recursos poderia se constituir como meio para que o professor em formação pudesse construir — e mediar a construção de — algum conhecimento matemático.

No início, essas ações consistiam basicamente de três etapas: escolha de um conteúdo matemático para a produção de audiovisuais; orientações básicas para a sua realização — planejamento, captação, edição e divulgação e socialização e avaliação dos materiais produzidos. O processo todo durava cerca de três meses envolvendo estudantes do Curso de Matemática da UVA que se dispunham de maneira voluntária. O objetivo principal era o de estimular estes estudantes a buscarem meios de abordar o tema estabelecido de uma maneira criativa; que ao chegar ao espectador — aluno da escola ou outro indivíduo em busca de conhecimento — fosse atraente e de boa qualidade não apenas no aspecto visual, como também na sua abordagem didática e no conteúdo matemático em questão.

Pensou-se, a partir desse trabalho, em utilizar a produção audiovisual também como forma de beneficiar o próprio estudante — e (futuro) professor — que o produz: videoaulas poderiam ajudar o estudante em formação a olhar para si mesmo, buscando trabalhar e melhorar a sua postura enquanto docente sob vários aspectos, indo desde o uso correto da língua portuguesa, passando pela clareza com que consegue articular suas ideias e, também, detectando possíveis vícios de comportamentos ou tiques.

## Novas Tecnologias a disposição do professor

Hoje, fazemos parte da sociedade da informação; as transformações ocorridas em tempos de internet têm tamanho impacto que todas as notícias nos chegam rapidamente, até mesmo quando não a buscamos. As relações humanas ganharam novas dimensões e formas com as redes sociais; a televisão tem perdido espaço e tentado recuperá-lo integrando à sua programação elementos típicos da rede mundial de computadores (*e-mail*, enquetes virtuais, *twitter*, etc.) ou, até mesmo, disponibilizando parte de sua programação em suas páginas institucionais.

A chegada dos *smartphones* e *tablets* acelerou esse processo, pois já não é mais necessário sentar-se em frente ao computador para o acesso à internet. O fato de serem relativamente mais baratos que os computadores de mesa, faz com que as vendas (em unidades) aumentem a cada ano. A venda dos telefones inteligentes passou de pouco menos de 10 milhões de unidades em 2011 para mais de 35 milhões de unidades em 2013 (VENTURA, 2014).

Dados divulgados em junho de 2014 pelo Comitê Gestor de Internet no Brasil revelam que mais da metade dos brasileiros acessam a rede mundial (CAPUTO, 2014). Olhando na direção do âmbito escolar, a pesquisa diz ainda que nas escolas públicas, 46% dos professores declaram usar computador e/ou internet em sala de aula, mas o ambiente mais comum ainda é o Laboratório de Informática da escola (76%)[1]. Assim, há um cenário se configurando para o inevitável uso de tecnologias e internet pelo professor da educação básica.

---

1 Pesquisa realizada pelo Centro de Estudos sobre as Tecnologias da Informação e da Comunicação (CETIC.br). Disponível em http://www.cgi.br/noticia/tic-educacao-2013-revela-aumento-do-uso-do-computador-e-internet-na-sala-de-aula/10055

Para Moran (2009), o professor que é capaz de integrar as tecnologias telemáticas à sua prática, "pode se tornar um orientador/gestor do processo de aprendizagem", pois o professor é um pesquisador em serviço, que ensina a partir do que aprende. Moran (2009) cita ainda alguns princípios metodológicos norteadores, no caso de uso de novas tecnologias:

> Integrar tecnologias, metodologias, atividades. Integrar texto escrito, comunicação oral, escrita, hipertextual, multimidiática. Aproximar as mídias, as atividades, possibilitando que transitem facilmente de um meio para o outro, de um formato para o outro. Experimentar as mesmas atividades em diversas mídias. Trazer o universo do audiovisual para dentro da escola. (MORAN, 2009, p. 31)

A importância de relacionar e integrar as diversas tecnologias disponíveis hoje — telemáticas, audiovisuais, textuais, orais, etc. —, também é defendida pelo autor. Essa integração deve ser feita da maneira que melhor se adeque às necessidades do professor, mas também é necessário que este busque ampliar suas formas de comunicação.

Diante do exposto, podemos dizer que é relativamente fácil para o professor buscar novas e/ou diferentes maneiras que visem facilitar não só o aprendizado do aluno, como principalmente o seu próprio processo contínuo de aprender. Os repositórios de vídeos na internet estão funcionando a pleno vapor, os *blogs* são facilmente criados e atualizados e as redes sociais constituem um excelente canal para dar visibilidade a uma produção multimidiática.

Ainda que esses meios sejam vistos com certa desconfiança com respeito à confiabilidade das informações ali publicadas, é importante que o professor tenha convicção e as use, mesmo assim. Vídeos e textos na internet podem auxiliar na discussão com os estudantes ou compor uma rede de colaboração entre colegas de profissão, por exemplo.

Especificamente para a produção de audiovisuais, faz-se necessária uma preparação prévia. Mesmo com a relativa facilidade de produção, edição e disponibilização de uma videoaula, é imprescindível que o professor tenha conhecimentos mínimos sobre a linguagem audiovisual e, claro, de aspectos técnicos de captação de som e imagem. O professor que se propõe a produzir este tipo de material, deve estar consciente de que este poderá chegar aos mais diversos lugares onde os visualizadores terão diferentes anseios. Além disso, dada a quantidade de vídeos na internet (crescente a cada dia) seu material poderá ser descartado ainda nos primeiros segundos, caso o audiovisual não tenha a mínima qualidade visual ou sonora. Mais: os usuários de internet têm a opção de "qualificar" o vídeo, portanto, a falta de zelo na hora da produção pode acarretar uma fama ruim não só para tal vídeo em questão como para outros trabalhos que venham a ser publicados pelo professor.

No caso da criação de *blogs*, o cuidado com a estética deve ser considerado. Há inúmeras páginas na internet que trazem dicas de como dar uma aparência adequada ao espaço virtual. Como em várias outras situações "menos é mais", o principal deve ser a informação ali contida e não o exagero de cores, formatos e figuras. E ainda mais importante que o visual, é que o professor tenha um planejamento, mantendo uma rotina de atualizações do *blog*.

Ainda sobre esta última ferramenta, por se tratar essencialmente de produção textual, o professor deve ter um bom domínio da língua materna. No entanto, o estudante que ingressa em um curso superior que não seja o de Letras, parece não se importar tanto com aspectos relacionados à língua. Talvez, o problema seja o fato de não haver sucesso ainda no Ensino Básico, onde, teoricamente, o estudante deveria ter este embasamento.

> Todas as matérias tratam de aspectos inerentes ao ensino da língua materna e trazem à tona reflexões sobre a importância de se dominar plenamente a língua, mas também nos mostram claramente que nem sempre o aluno que termina o Ensino Médio consegue utilizar a norma padrão escrita ou oral nas situações formais de interação verbal das quais participa em seu dia-a-dia, haja vista a grande procura por cursos de Português Instrumental nos últimos anos. (PARISOTTO, 2006, p. 116)

Portanto, para que o professor seja protagonista, seja produtor e não apenas espectador, ele deve lançar-se. Em tempos de sociedade da informação, não usar (bem) as novas tecnologias pode significar insucesso.

## A experiência na disciplina Estruturas Algébricas e o Ensino da Álgebra II

O conteúdo de Estruturas Algébricas no curso de Licenciatura em Matemática da UVA, cujos projetos pedagógicos anteriores ao de 2012 previam o estudo de relações, teoria de grupos e teoria de anéis, assuntos estes divididos em duas disciplinas num total de 150 horas, é encarado com certo temor pelos estudantes do curso. Isso se deve à abstração própria desses assuntos e à aparente inutilidade para um professor da Educação Básica. Essa rejeição tem provocado um alto índice de reprovação nessas disciplinas — que aparecem no último ano de curso — aumentando, assim, o tempo de permanência dentro do curso.

Obviamente, boa parte desse conteúdo é necessário ao professor de Educação Básica. Isso não significa que, por exemplo, grupos cíclicos devem ser estudados nas salas de aula da Escola. Por outro lado, é mister que o professor saiba as razões pelas quais o número 1 e a matriz identidade desempenham papéis semelhantes ao considerar o conjunto dos números reais e o conjunto das matrizes quadradas de ordem 3x3, respectivamente, por exemplo.

Mesmo assim, parte do conteúdo parece só interessar ao conjunto de alunos que, mesmo cursando licenciatura, almeja seguir na "Matemática Pura". Esse fato, inclusive, influenciou na formulação do novo projeto pedagógico do curso, onde os alunos que ingressaram a partir de 2012, têm apenas 60h de conteúdos ligados à Álgebra (neste nível) em disciplinas obrigatórias.

Mas, e os estudantes de grades anteriores, que precisam cursar as duas disciplinas, como fazer para que estes as cursem sem que a sensação de "inutilidade", para seu cotidiano que virá a seguir, se sobreponha?

Aproveitando o trabalho que vem sendo realizado pelos autores deste trabalho no LAVID, pensou-se na produção de audiovisuais por parte dos estudantes matriculados na disciplina de Estruturas Algébricas e o Ensino de Álgebra II — último período do curso — no semestre 2014.1 como parte da avaliação.

Antes mesmo do início das aulas, um grupo virtual no *Facebook* foi criado para que estudantes e professor da disciplina pudessem se comunicar. Com o início do semestre letivo, tanto nas aulas, como no grupo virtual criado, aconteceram conversas, discussões e reflexões sobre as possibilidades, motivações e perspectivas para com a disciplina. Em comum acordo, decidiu-se retomar alguns pontos que não ficaram suficientemente claros na disciplina pré-requisito (Estruturas Algébricas e o Ensino de Álgebra I, 90 horas) e buscar formas de avaliação que pudessem contribuir na consolidação da prática docente. O principal questionamento foi: como desenvolver a disciplina de modo a contribuir para a formação destes futuros professores?

Foi, então, lançada a proposta de produção de videoaulas para compor a avaliação da disciplina. Na UVA, de acordo com o seu regimento, a média de cada estudante deve ser calculada a partir de três notas parciais. Ficou acordado que a produção de audiovisual seria uma das três notas, sendo as outras duas, provas escritas. O intuito, inicialmente, era fazer com que os estudantes da disciplina pudessem ter contato com novas tecnologias de maneira mais direta, sendo eles mesmos os produtores de conhecimento a ser partilhado. O professor sugeriu uma lista com 21 tópicos que iam desde *Relações de equivalências* até o *Teorema de Lagrange*, percorrendo boa parte da teoria dos grupos. Além disso, propôs a divisão da turma de 35 alunos em duplas, mas deixando a critério de cada um a possibilidade de trabalho individual.

Os estudantes receberam orientação e apoio técnico de outros colegas que atuam voluntariamente como colaboradores do LAVID. Todos os matriculados ficaram livres para escolherem gravar com suporte do LAVID ou não. A duração dos vídeos estava limitada ao intervalo de 5 a 15 minutos. Dependendo do assunto e da abordagem escolhidos pelos estudantes, caso este tempo não fosse suficiente, foi dada a opção de divisão do vídeo em duas partes. Essa preocupação se deu pelo fato de que no Brasil, de maneira geral, vídeos longos requererem conexões de internet com qualidade ainda não disponível para a maioria das pessoas.

Os vídeos deveriam ser divididos basicamente em três momentos: introdução, desenvolvimento e considerações finais. Os estudantes envolvidos no trabalho (individual ou em dupla) deveriam necessariamente atuar no audiovisual produzido. Na data marcada, junto ao vídeo deveria ser entregue um resumo (texto contido em uma lauda) descrevendo o vídeo. Este texto deveria ser usado como descrição dos vídeos publicados no *blog* "Álgebra – UVA", cuja manutenção ficou a cargo do professor da disciplina[2]. Este também divulgou junto à turma os critérios que seriam levados em conta para a avaliação do vídeo: entrega na data marcada, qualidade de som e imagem, desenvoltura e uso correto da língua portuguesa e o conteúdo propriamente dito.

2 www.algebrauva.blogspot.com

Estabelecidos os critérios, ficou acertado que a divisão de temas se daria respeitando a sequência dos conteúdos dentro da disciplina. No grupo virtual, a lista de assuntos estava publicada em forma de *post* e, nos comentários, os estudantes escolhiam sempre o próximo tema da sequência.

A exibição dos vídeos começou na décima primeira semana de aula, das vinte previstas. A cada encontro, dois ou três vídeos eram exibidos. Ao final de cada exibição, o(s) autor(es) do trabalho fazia(m) suas considerações sobre o audiovisual apresentado. Nesses comentários, geralmente os estudantes justificavam certas abordagens realizadas no vídeo ou reconheciam lacunas existentes. Em seguida, os demais estudantes também davam sua contribuição sugerindo modificações ou questionando o(s) autor(es). Por fim, o professor fazia uma avaliação do vídeo apresentado, sugerindo, em alguns casos, a regravação.

Os trabalhos para os quais era orientada uma nova gravação, deveriam ser entregues no prazo de uma semana e seriam reavaliados pelo professor da disciplina. Caso não fossem entregues, a nota seria dada de acordo com a versão apresentada à turma. Também era discutido na turma se o vídeo apresentado deveria ser publicado ou não na internet. Essa discussão foi levantada visando não expor os estudantes, caso o vídeo tivesse muitos problemas. Dos 17 audiovisuais apresentados em sala, fora recomendada a regravação de 7 deles sendo que 5 efetivamente o fizeram. Ao todo, 10 vídeos foram publicados no *blog* “Álgebra-UVA”.

Os textos entregues juntamente com os vídeos, ficaram aquém do esperado. Alguns não entenderam bem a proposta e entregam uma espécie de plano de aula. Outros não apresentavam uma sintonia com o que continha o vídeo. Desta forma, optou-se por não utilizar esses textos junto aos audiovisuais no *blog*.

Ao final da disciplina foi disponibilizado um questionário eletrônico para aqueles estudantes que quisessem responder a algumas perguntas[3]. Dos 39 matriculados, quatro jamais apareceram e outros quatro desistiram ainda no primeiro terço da disciplina. Dos 31 que foram até o final, 20 responderam o questionário. Dentre outras coisas, obtivemos:

- 80% consideraram "ótima" ou "excelente" a metodologia adotada[4];
- 100% consideraram o sistema de avaliação "bom", "ótimo" ou "excelente"[5];
- 90% disseram que a relação professor/estudante contribuiu positivamente para o desempenho na disciplina[6];
- 80% afirmaram que a relação estudante/estudante também contribuiu de maneira positiva[7];
- 75% se dizem aptos a continuar estudando o assunto por conta própria e 25% não.

Com relação ao uso da internet como apoio para esta disciplina, 95% acessaram o grupo virtual criado e, destes, 94,7% disseram que este espaço ajudou no desempenho na disciplina. Uma parcela de, também, 95% disse ter buscado na

3 Produzido com o *Google Forms*.
4 As opções eram "péssima", "ruim", "boa", "ótima" e "excelente".
5 Idem.
6 As demais opções eram "Prejudicou meu desempenho na disciplina" e "não teve influência, positiva ou negativa, no meu desempenho".
7 Idem.

internet algum material como fonte de pesquisa. Destes, 73,7% afirmaram que o material encontrado, ajudou. Já com relação à produção de audiovisuais, todos acharam importante a experiência, sendo que 30% destes disseram que pretendem usar este recurso — a produção — no futuro profissional.

Eis alguns comentários[8] deixados:

- "*Gostei muito da produção de audiovisual, pois é uma maneira interessante de mostrar o que foi aprendido. No meu caso é mais fácil aprender ensinando, já que o conteúdo da disciplina no geral é bastante abstrato.*"
- "*Todos que tiveram presentes nessa disciplina, especificamente aqueles que participaram da confecção das videoaulas, obtiveram uma experiência positiva. Saímos um pouco daquela rotina de verificação de aprendizagem 'escrita' e isso por conta da colaboração do professor que ministrou a disciplina. Espero que outros docentes possam ter como parâmetro esse modelo de avaliação.*"

Em termos de desempenho da turma, se desconsiderarmos os estudantes que jamais apareceram, o índice de evasão foi de 11,4% e o de aprovação foi 68,6%.

8 Os comentários eram opcionais no questionário e os estudantes não podiam se identificar ao preencher.

## Considerações Finais

A experiência realizada na disciplina de Estruturas Algébricas e o Ensino de Álgebra II, no curso de Licenciatura em Matemática da UVA, aponta para outros caminhos que devem ser considerados pelo professor, sobretudo o do ensino superior.

Primeiramente, a relação de respeito e confiança mútua trabalhada desde o início da disciplina, com decisões tomadas conjuntamente entre professor e turma. A escuta, por parte do professor, é fundamental. Além disso, o incentivo ao uso de novas tecnologias, no caso o audiovisual, abre possibilidades para o estudante, que, muito em breve, estará no ambiente escolar onde os recursos didáticos ainda, muitas vezes, se limitam ao quadro e pincel (algumas vezes, giz!).

A produção de audiovisuais nessa disciplina ajudou os estudantes em diversos aspectos. No momento da exibição dos vídeos, mais precisamente da discussão do que fora exibido, praticamente todos os estudantes concordaram que achavam que seria mais fácil posicionar-se frente a uma câmera. Essa dificuldade despertou para a importância de se trabalhar a postura como docente. Alguns chegaram a afirmar que se conseguem fazer uma videoaula, então conseguem conduzir uma aula presencial sem maiores problemas.

Outro ponto importante abordado durante essas discussões foi sobre pequenos equívocos algumas vezes cometidos na sala de aula presencial, mas que não são percebidos; a videoaula publicada na internet não permite esses deslizes (estes parecem mais evidentes num audiovisual). Assim, foi importante essa partilha e reflexão, principalmente para os que pretendem criar seus canais e *blogs* na internet para divulgação dos seus trabalhos.

Também merece reflexão a forma de expressão e comunicação que os licenciandos têm ao final do curso. A matriz curricular, em si, não apresenta disciplinas que favoreçam esse desenvolvimento. Desta forma, na maioria dos casos, o estudante termina o curso e está praticamente no mesmo lugar em termos de postura diante de uma sala de aula. E, no caso dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, da UVA, tem-se percebido essa deficiência de forma clara pois, mesmo com as atividades propostas pelo curso e pela universidade — Semana da Matemática, Encontro de Iniciação à Docência, Encontro de Iniciação Científica, etc. — a participação dos estudantes nesses eventos é relativamente pequena.

Assim, essa forma de trabalho pode ajudar os alunos numa melhor preparação para a sua prática docente; não apenas em termos de postura, de comunicação, como também no (melhor) uso de tecnologias como instrumentos de trabalho. Além disso, buscar novas formas de desenvolvimento de uma disciplina no ensino superior pode diminuir um pouco da sensação de inutilidade que os estudantes têm a respeito de alguns conteúdos matemáticos.

## Referências

BELLETATI, V. C. F. **Dificuldades de alunos ingressantes na universidade pública: alguns indicadores para reflexões sobre a docência universitária. 2011.** Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/te-

ses/disponiveis/48/48134/tde-04082011-115006/>. Acesso em: 2014-08-21.

CAPUTO, V. Mais da metade dos brasileiros são usuários da internet. **Exame,** 26 de junho de 2014. Disponível em <http://exame.abril.com.br/tecnologia/noticias/mais-da-metade-dos-brasileiros-sao-usuarios-da-internet>. Acesso em 24 de agosto de 2014.

MELO, J. R.**A formação do formador de professores de Matemática no contexto das mudanças curriculares.** 2010. 303 f.. Tese (Doutorado em Educação / Educação Matemática) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2010.

MORAN, J. M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Papirus Editora, 2009.

PARISOTTO, A. L. V. **Produção textual e formação docente: uma relação possível.** Nuances: estudos sobre Educação. Presidente Prudente, SP, ano XII, v. 13, n. 14, p. 115-127, jan./dez. 2006.

PIMENTA, S. G. **Formação de professores: saberes da docência e identidade do professor.** Revista da Faculdade de Educação, São Paulo, v.22, n.2, p. 72-89, jul./dez. 1996.

VENTURA, F. Tablets e smartphones batem recorde de vendas no Brasil, enquanto PCs perdem espaço. **Gizmodo Brasil**, 2 de abril de 2014. Disponível em: <http://gizmodo.uol.com.br/vendas-idc-2013/>. Acesso em 24 de agosto de 2014.

# A ETNOMATEMÁTICA NO CURRÍCULO ESCOLAR: UMA PROPOSTA EDUCACIONAL SOB O APORTE DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

*Paulo Gonçalo Farias Gonçalves*

## Introdução

O currículo escolar se constitui como um importante mecanismo para a divulgação de conhecimentos acumulados pela humanidade ao longo de sua existência e tem o intuito de contribuir com a formação educacional das novas gerações.

O processo de construção, seleção, aprimoramento, estratégias de difusão, etc., dos conhecimentos que permeiam o currículo da matemática escolar é um dos objetos de estudo da Educação Matemática. No âmbito deste campo do conhecimento, surgiram diversas tendências investigativas que visam aperfeiçoar o ensino-aprendizagem da matemática escolar.

Tendo seu surgimento diretamente relacionado as experiências de pesquisadores em ambientes com rica diversidade cultural, a Etnomatemática nasce para discutir a valorização e o reconhecimento dos conhecimentos de grupos socioculturais específicos e em particular, a inserção desses saberes no currículo escolar. Contudo, por se constituir como uma tendência de caráter filosófico (MONTEIRO, 2004), a Etnomatemática necessita se atrelar a estratégias diversas para ter suas ideias difundidas no âmbito escolar.

Diante desse quadro, o presente artigo tem o intuito de apresentar uma experiência educacional desenvolvida por Gonçalves (2013) que congregou o conhecimento de um grupo sociocultural específico a conteúdos da matemática escolar, à luz da Etnomatemática e da Resolução de Problemas.

## Etnomatemática e Resolução de Problemas

A Etnomatemática se constituiu como um campo que aglutinou diversas pesquisas antes isoladas. Desde o seu nascimento, preserva uma pluralidade de concepções, que apesar de suas convergências e divergências, não são excludentes. Por conta disso, não possui uma definição rígida, mas é compreendida a partir de noções.

Em um caráter mais específico, a Etnomatemática pode ser entendida como o estudo da matemática de diversos grupos socioculturais. Numa perspectiva mais geral, de caráter transdisciplinar, a Etnomatemática consiste na "[...] arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais" (D'AMBROSIO, 1998, p.5). Essa noção, constituída a partir das raízes etmológicas do termo, indica que "[...] há várias maneiras, técnicas, habilidades (**ticas**) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (**matema**) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (**etno**)" (D'AMBROSIO, 2005, p.70, grifo do autor).

Por compreender a matemática de um modo amplo, a Etnomatemática reconhece manifestações encontradas nas diversas culturas em distintos momentos históricos como um conjunto de saberes identificável com o que hoje denominamos Matemática.

Contudo, vale ressaltar que isso não minimiza a importância da Matemática para a sociedade atual. Por questões históricas, os povos europeus apoiados nos conhecimentos matemáticos advindos, sobretudo, dos gregos conquistaram e colonizaram todo o resto do mundo. Esse mesmo conhecimento foi incorporado e tornou-se indispensável para o modo de vida na sociedade contemporânea (D'AMBROSIO, 2005).

Nesse sentido, a Etnomatemática não tende a ignorar ou muito menos rejeitar a Matemática, e sim contribuir, a partir do estudo das distintas formas de conhecimento encontradas nas práticas de diversas culturas, para o desenvolvimento desta ciência.

No âmbito escolar, a Etnomatemática visa aprimorar os modos como a Matemática é ensinada e aprendida, a partir da incorporação de valores humanos baseados no tripé: ética de respeito, solidariedade e cooperação. Isso reflete a dimensão política da Etnomatemática, que tem ainda um enfoque na recuperação da dignidade cultural de grupos marginalizados. Conforme D'Ambrosio (2005, p.9):

> A dignidade do indivíduo é violentada pela exclusão social, que se dá muitas vezes por não passar pelas barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante, inclusive e, principalmente, no sistema escolar. Mas também por fazer, dos trajes tradicionais dos povos marginalizados, fantasias, por considerar folclore seus mitos e religiões, por criminalizar suas práticas médicas. E por fazer, de suas práticas tradicionais e de sua matemática, mera curiosidade, quando não motivo de chacota.

Para contornar esta problemática, a proposta do autor é restaurar a dignidade dos membros destes grupos marginalizados, ao reconhecer e respeitar suas raízes culturais, o que não significa rejeitar ou excluir os elementos que compõem os aspectos globais ligados à sociedade moderna.

A proposta é reforçar as raízes de indivíduos marginalizados, ao mesmo tempo em que é oportunizado a eles o acesso à Matemática, herança cultural da humanidade.

A necessidade de inserir o debate entre os conhecimentos etnomatemáticos de grupos socioculturais aos conteúdos advindos da Matemática sugere que a Etnomatemática estabeleça uma relação com outras tendências investigativas da Educação Matemática.

Segundo Gonçalves (2013), um caminho para esse diálogo entre os conhecimentos no âmbito educacional é o estabelecimento de uma relação entre a Etnomatemática e a Resolução de Problemas. Em sua investigação, o autor fez uso da Resolução de Problemas na perspectiva de um método de ensino, em particular, da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Um dos aspectos centrais dessa proposta é que, diferente de como é tradicionalmente utilizado, o problema matemático não é visto apenas como objeto para se exercitar os conhecimentos ensinados, mas como um instrumento deflagrador do processo de ensino e aprendizagem. A seguir apresentamos as etapas propostas pela Metodologia, segundo os trabalhos de Allevato e Onuchic (2009a, 2009b, 2011):

**(1) Preparação do problema:** Apresentação de um problema, denominado problema gerador, para introdução do conceito a ser estudado.

**(2) Leitura individual e (3) Leitura em conjunto:** Momento em que os alunos realizam a leitura do problema, primeiro individualmente depois em pequenos grupos. A ideia é evitar que dificuldades relacionadas à falta de compreensão do enunciado sejam um empecilho para a resolução do problema.
**(4) Resolução do problema:** Etapa que envolve um trabalho colaborativo entre os alunos, normalmente em pequenos grupos.
**(5) Observar e incentivar:** Etapa concomitante à etapa (4), em que o professor busca, através de questionamentos, fazer com que seus alunos mobilizem seus conhecimentos e técnicas/procedimentos prévios para resolução do problema proposto.
**(6) Registro das resoluções na lousa:** Etapa em que os alunos realizam a exposição de suas soluções no quadro.
**(7) Plenária:** Momento de discussão das soluções apresentadas pelos alunos.
**(8) Busca de consenso:** Após a análise das resoluções e tiradas às dúvidas dos alunos, o professor e seus discentes buscam chegar a um consenso em relação ao(s) resultado(s) e procedimento(s) adequados(s) para o problema.
**(9) Formalização do conteúdo:** Nesta etapa o professor formaliza o conteúdo, destacando os conceitos, princípios, procedimentos e propriedades utilizadas durante a resolução do problema gerador, organizando-os em linguagem matemática.

É pertinente ressaltar que os problemas geradores devem ser apresentados antes de o conteúdo ter sido apresentado à turma. Isso implica que, na proposta de ensino através da resolução de problemas, o processo educacional "[...] começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009b, p.9).

O estabelecimento dessa relação entre a Etnomatemática e a Resolução de Problemas visa propiciar aos estudantes maiores possibilidades de compreensão, explicação, maneiras de lidar com novas situações e uma maior diversidade de ferramentas para resolução de problemas. Discutindo sobre o tema, D'Ambrosio (2004, p.51) afirma que:

> O acesso de um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizado, muito maior capacidade de enfrentar situações e problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível situação ou curso de ação.

Desse modo, o estudo da matemática escolar em consonância com o conhecimento etnomatemático do grupo sociocultural no qual os alunos estão inseridos, com todas as suas semelhanças e singularidades, são essenciais para que os estudantes possam se apropriar de várias ferramentas para resolução de problemas provenientes tanto do seu contexto como de outros, cabendo a eles mobilizarem o conhecimento mais adequado conforme cada situação.

## Aspectos metodológicos, o contexto e os atores da pesquisa

A presente pesquisa aproxima-se de uma **investigação qualitativa**. Essa abordagem consiste numa perspectiva que abrange diversas estratégias de pesquisa que comungam de "[...] um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação" (OLIVEIRA, 2012, p.37).

Dentro das vertentes de pesquisa em Etnomatemática em particular, o presente estudo insere-se dentre aqueles que tomam um **enfoque pedagógico**, que se caracterizam por:

> [...] além de tratar dos conhecimentos produzidos nos grupos, desenvolve uma proposta de intervenção pedagógica para a escola da comunidade investigada. Nesse caso, a pesquisa etnográfica com o grupo se dá paralelamente à atuação do pesquisador na escola ou em algum núcleo educacional não oficial, como educador, professor ou observador participante, em que a proposta se constrói inserida no contexto escolar. Desse modo, as investigações procuram avaliar possibilidades e potencialidades da etnomatemática, como ação pedagógica, refletindo sobre as perspectivas presentes nessa ação a partir do contexto no qual ela se desenvolve e suas implicações (CONRARO, 2005, p.96).

No que se refere ao contexto e os participantes da pesquisa, desenvolvemos nossa intervenção educacional em uma turma de alunos do 6º ano do ensino fundamental proveniente de uma comunidade de trabalhadores das Indústrias de Cerâmica Vermelha (ou simplesmente "Cerâmicas") do município de Russas-CE.

A turma do 6º ano B de 2012 era formada por 24 alunos, com faixa etária de 12 a 17 anos. Todos os discentes tinham familiares empregados nas Cerâmicas. Além disso, mesmo em idade inapropriada, 8 alunos trabalhavam nessas indústrias durante o contraturno em que frequentavam a escola.

## Uma proposta de inserção da Etnomatemática no contexto escolar

Sob o aporte da Etnomatemática e da Resolução de Problemas as ações foram organizadas em função das seguintes etapas:

As **Etapas preliminares** consistiram nos momentos de estabelecimento do contrato didático com a turma e de orientação para o desenvolvimento da pesquisa de campo.

Explicitar os pontos centrais do contrato didático, ou seja, os objetivos da intervenção, as atividades que seriam desenvolvidas ao longo do processo e o modo como os alunos seriam avaliados foi fundamental para o andamento das ações, sobretudo para amenizar eventuais dificuldades de adaptação dos estudantes à mudança de contrato e os efeitos nocivos para o processo de ensino e aprendizagem de contratos mal explanados ou compreendidos de maneira inadequada.

No que se refere às orientações para a realização da pesquisa de campo, esse momento envolveu discussões sobre a postura dos alunos durante a pesquisa e o emprego de técnicas de coleta de dados como: a entrevista, a observação e o diário de campo.

Logo a seguir, foram desenvolvidas as **Etapas primárias**, que se referem aos processos que envolveram a pesquisa de campo realizada pelos discentes, isto é, a coleta, a análise e a discussão dos dados.

A pesquisa de campo em uma Cerâmica próxima à escola foi realizada em dois momentos: o primeiro, de caráter mais geral observando o processo produtivo como um todo; e o segundo, de caráter mais específico, observando as práticas dos trabalhadores que empregavam conhecimentos etnomatemáticos.

No primeiro momento, realizamos uma visita com toda a turma, onde os alunos trabalhavam individualmente. Durante essa visita, o objetivo foi apresentar um panorama geral do labor dos trabalhadores das Cerâmicas. Baseados nos dados coletados, o processo de análise e discussão dos dados foi realizado na aula seguinte, com intuito de selecionar algumas práticas dos trabalhadores que se utilizavam de conhecimentos etnomatemáticos.

Divididos em pequenos grupos, os alunos partiram para o segundo momento de visita à Cerâmica, que teve como enfoque a observação mais detalhada das práticas etnomatemáticas. Divididos estrategicamente entre os grupos, os alunos que trabalhavam nas Cerâmicas tiveram um papel importante no auxílio aos demais alunos da turma.

Novamente realizada na aula seguinte, a visita na Cerâmica, a análise e a discussão dos dados coletados tiveram o intuito de sistematizar os conhecimentos etnomatemáticos observados em campo. No âmbito da experiência, foram discutidos: os processos[1] de contagem da produção e o carregamento de telhas e tijolos em caminhões.

De responsabilidade exclusiva do professor, o **Planejamento das atividades** consistiu na etapa de seleção dos conteúdos matemáticos, recursos didáticos, instrumentos avaliativos, entre outros; que seriam adotados no decorrer da experiência educacional.

Um aspecto central desse momento consistiu em refletir sobre os seguintes questionamentos: Quais conteúdos da matemática escolar estabelecem relação com os conhecimentos etnomatemáticos sistematizados durante a pesquisa e campo? Quais são as semelhanças e singularidades entre estes dois tipos de conhecimentos?A partir destes e outros questionamentos, foram selecionados os seguintes conteúdos da matemática escolar: Multiplicação, Divisão e Introdução à Proporcionalidade.

Essa etapa constituiu ainda no momento para organizar a transição e a relação entre os conhecimentos etnomatemáticos dos trabalhadores das Cerâmicas e os conteúdos da matemática escolar. Além disso, é o momento em que a Etnomatemática e a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas se entrelaçam.

Para essa relação entre os conhecimentos (etnomatemáticos e matemáticos), são elaborados dois tipos de atividades, a saber: as atividades geradoras, que abordam situações nas quais os alunos necessitam mobilizar estratégias de reso-

1 Para maiores detalhes ver Gonçalves (2013).

lução utilizando-se dos conhecimentos etnomatemáticos do grupo investigado; e as atividades relacionadas a outros contextos, que consistem, assim como o nome sugere, em atividades que apresentam problemas relacionados aos conteúdos da matemática escolar, aplicados a situações diversas, não mais relacionadas ao contexto sociocultural do grupo investigado.

Essas atividades buscaram seguir dois princípios básicos. O primeiro deles é o de fugir de uma proposta de ensino-aprendizagem baseada estritamente na resolução de exercícios. Tratando de alertar para as limitações que envolvem o emprego excessivo destes problemas, Polya (1995, p.124) afirma que:

> O ensino que se reduz ao desempenho mecânico de operações matemáticas rotineiras ficam bem abaixo do nível do livro de cozinha, pois as receitas culinárias sempre deixam alguma coisa à imaginação e ao discernimento do cozinheiro, mas as receitas matemáticas não deixam nada disso a ninguém.

Nesse sentido, a proposta apresenta uma abordagem que não se restringiu à utilização de exercícios, mas ainda de problemas práticos, tanto inerentes ao contexto sociocultural dos alunos quanto a outros contextos. Buscou-se ainda diversificar a proposição de problemas, que não se ateve a problemas fechados (com única solução), abordando ainda problemas abertos (com diversas soluções) e mistos (com parte das soluções abertas e partes fechadas).

Além disso, ao tomar como ponto de partida dos processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos escolares os conhecimentos etnomatemáticos, a presente proposta educacional visou reutilizar conceitos e procedimentos empregados no âmbito do contexto dos trabalhadores das cerâmicas a solução de novas situações-problema. Essa iniciativa pressupõe a tentativa de criação de problemas que possibilitem a mobilização da transferência de aprendizagem. Segundo Núñez, Faria e Braz (2004), o processo de transferência de aprendizagem consiste no mecanismo de mobilização de conhecimentos (conceituais, procedimentais e/ou atitudinais) previamente apreendidos em novas situações. Isso pressupõe uma atividade criativa, que ocorra fora dos limites de generalização das situações anteriormente estudadas.

Após a elaboração das atividades, seguiu-se com as **Etapas secundárias**, que correspondem ao momento em que o professor inicia a aplicação das atividades.

O processo inicia pelas atividades geradoras, que se baseiam nos passos anteriores à Formalização do Conteúdo, segundo a proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Para melhor ilustrar os tipos de problemas aplicados durante estas atividades, apresentamos a seguir um problema que envolveu a contagem da produção de telhas:

Problema: A produção diária da Cerâmica Esperança sempre é agrupada em lotes, formados por grades e em cada grade cabem 10 telhas. Ao fim do dia, o gerente da Cerâmica contou 240 lotes de telhas. A figura abaixo mostra a forma como a produção de telhas é estocada na Cerâmica Esperança:

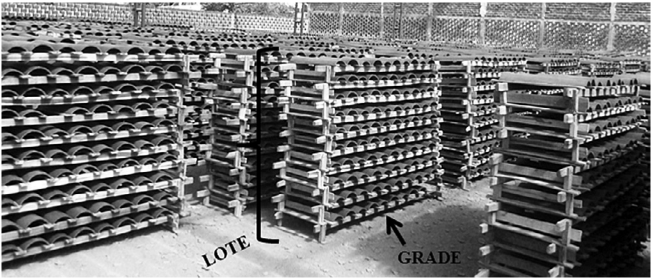


**Figura 1:** Telhas armazenadas num galpão de uma Cerâmica
Fonte: Acervo do autor

A partir das informações apresentadas, responda os itens abaixo:

a) Quantas telhas formam um lote? Quantos lotes formam um milheiro?
b) Quantas grades foram necessárias para formar os 240 lotes de telhas?
c) Quantas telhas foram produzidas neste dia?
d) Suponhamos que, em outra Cerâmica da região, os lotes são formados por 8 grades e em cada grade cabem 12 telhas. Quantas telhas formariam estes novos lotes? Considerando o mesmo número de telhas produzidas, quantas grades e quantos lotes serão necessários para organizar a produção?

A partir da análise do enunciado acima é possível destacar duas características peculiares, a saber: emprego de jargão próprio; e a semelhança entre o conhecimento etnomatemático e o tópico Introdução à Proporcionalidade que viria a ser ensinado em outro momento.

Após o momento de Formalização do conteúdo, ocorreram as atividades relacionadas a outros contextos. Estas atividades foram organizadas para que se relacionem aos conhecimentos etnomatemáticos dos trabalhadores investigados, analisados e aplicados pelos alunos nas atividades anteriores aos conteúdos da matemática escolar. Os problemas abordados nessas atividades visaram à aplicação dos conteúdos escolares, semelhantes àqueles empregados no labor das cerâmicas, em situações que transcendam aquelas estudadas inicialmente.

Além disso, ocorrendo após o momento de formalização dos conteúdos, estas atividades são o fechamento das etapas da Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas. Esse fato corrobora com a ideia de que a inserção da Etnomatemática no âmbito escolar não visa renegar ou substituir os conteúdos escolares, e sim enriquecê-los, ao sugerir novas estratégias não convencionais para resolução de problemas matemáticos.

Por fim, a **Ação** sobre o contexto sociocultural consiste na etapa de retorno dos resultados para a comunidade, almejando contribuir de alguma forma com ela. A temática escolhida na experiência aqui relatada foi a relação entre as Cerâmicas e o Meio Ambiente.

Buscando investigar quais os benefícios e impactos ambientais que estas fábricas trazem para a comunidade, segundo a opinião dos donos das cerâmicas, os alunos realizaram com eles entrevistas. A partir dos dados coletados durante as entrevistas, os estudantes elaboraram cartazes, que foram apresentados para o restante da turma e serviram como estopim para a discussão do tema em sala de aula.

Esse momento teve o intuito de tornar a sala de aula um espaço para discussão de temas relevantes para os estudantes e para a comunidade, discutindo com os alunos "[...] a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos [matemáticos]" (FREIRE, 1996, p.33).

## Considerações Finais

Inserir a Etnomatemática no contexto escolar não deve ser pensado como uma simples utilização de questões tidas contextualizadas a situações semelhantes ao ambiente sociocultural do grupo de alunos em tela.

O desafio é integrar os conhecimentos etnomatemáticos a tópicos da matemática escolar à luz de um debate, dando enfoque a suas semelhanças e diferenças, bem como suas potencialidades e limitações em função do ambiente escolhido. A proposta aqui exposta sugere que um dos caminhos para que haja uma integração entre conhecimentos etnomatemáticos e a matemática escolar é estabelecer uma relação protocooperativa entre a Etnomatemática e a Resolução de Problemas.

Enquanto a Resolução de Problemas fornece a Etnomatemática um aporte metodológico adequado para difusão de suas ideias, esta última fornece uma diversidade de situações que se configuram como ricas potencialidades pedagógicas para a primeira, por se tratarem de contextualizações genuínas, imersas na realidade dos discentes. Além disso, o ambiente sociocultural não se limita a fornecer elementos para abordagem de conteúdos conceituais e/ou procedimentais, mas para discussão e formação de atitudes, diretamente ligadas aos problemas vivenciados em cada realidade.

Colocar os alunos como principais responsáveis pelo processo de coleta e análise dos dados provenientes de seu próprio contexto sociocultural, apesar das limitações relativas à inexperiência e à inabilidade dos mesmos com a utilização das técnicas de coleta de dados, contribuiu para criação de um espaço de discussão em sala de aula, colocando os discentes como sujeitos críticos de sua própria realidade.

Com base no que foi acima exposto é necessária a ampliação dos debates acerca das formas pelas quais a Etnomatemática possa contribuir efetivamente para o contexto escolar, a fim de auxiliar na promoção de uma educação que valorize a diversidade cultural singular, sem tirar dos estudantes a oportunidade de acesso ao conhecimento acadêmico, patrimônio de toda a humanidade.

## Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 3 ed., 2009a.

______. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n.55, p.1-19, jul./dez. 2009b.

______. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.25, n. 41, p.73-98, dez. 2011.

CONRADO, Andréia Lunkes. **A pesquisa brasileira em Etnomatemática**: desenvolvimento, perspectivas, desafios. 2005. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**:arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 2 ed., 1998.

______. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, p.39-52. 2004.

______. **Etnomatemática:** *Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2 ed., 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 15 ed., 1996.

GONÇALVES, Paulo Gonçalo Farias.**A etnomatemática dos trabalhadores das cerâmicas de Russas-CE e o contexto escolar**: delineando recomendações pedagógicas a partir de uma experiência educacional. 2013. 122f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)- Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

MONTEIRO, Alexandrina. A Etnomatemática em cenários de escolarização: alguns elementos de reflexão. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004.

NÚNEZ, IsauroBeltrán; FARIA, Tereza Cristina Leandro de; BRAZ, Anadja Marilda Gomes. A flexibilidade do pensamento, pensamento crítico e criatividade. Generalização e transferência de aprendizagem. In: NÚNEZ, IsauroBeltrán; RAMALHO, Betania Leite(Org.). **Fundamentos do ensino--aprendizagem das ciências naturais e da matemática:** o novo ensino médio. Porto Alegre: Sulinas, 2004.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópoles: Vozes, 4 ed., 2012.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2reimp., 1995.

# INTERDISCIPLINARIDADE E MATEMÁTICA NO CONTEXTO SOCIAL

*Valmiro de Santiago Lima*
*Sheyla Silva Thé Freitas*

A interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de interação real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa. Este trabalho tem por finalidade apresentar um estudo teórico do tema interdisciplinaridade no âmbito da Matemática como método eficiente para o ensino-aprendizagem da disciplina escolar, a importância de sua inserção na construção do conhecimento em sala de aula.

Partimos do pressuposto que o ensino interdisciplinar da Matemática vem confirmar que ela não é uma ciência isolada e limitada a si mesma. Constatamos que a organização dos currículos em disciplinas com fronteiras muito definidas produz um conhecimento dissociado e descontextualizado sem aplicação prática.

Acreditamos que a interdisciplinaridade apresenta a possibilidade de reverter esse quadro com a integração da Matemática a outras disciplinas do currículo escolar.

O estudo faz uma reflexão sobre o papel dos especialistas na realização do trabalho interdisciplinar, e evidencia que a interdisciplinaridade apresenta-se como um caminho para que a educação atenda às exigências estabelecidas por uma revolução do saber no mundo globalizado.

## Introdução

Toda organização disciplinar é resultante de uma reflexão mais abrangente, de natureza epistemológica, no interior de um sistema filosófico que se transfigura em grandes linhas no tom e na cor de cada componente. A ideia de interdisciplinaridade configura-se na busca de uma visão sintética, de uma reconstrução da unidade perdida, da interação e da complementaridade nas ações envolvendo diferentes disciplinas. De forma isolada, cada disciplina expressa relativamente pouco e é de interesse apenas de especialistas; não obstante no corpo sintético de uma classificação, expressam seguramente muito mais, quando amparadas em ordenações e posições relativas.

No caso específico da Matemática, observamos que os alunos do ensino fundamental e médio, de escolas públicas e mesmo particulares, nutrem uma antipatia e desinteresse flagrantes pela Matemática. A maioria alega que o que os desmotiva em relação à Matemática é a falta de aplicação prática em suas vidas; alguns pretendem dedicar-se a outras áreas do conhecimento, julgam que não precisarão utilizar conceitos matemáticos, por isso creem que seja perda de tempo estudá-los.

Observamos, também, que uma grande parcela dos alunos, mesmo estando atentos às explicações não é suficiente para proporcionar-lhes um nível satisfatório de aprendizagem da Matemática, uma vez que, dentre os atentos, poucos conseguem realmente compreender os conceitos e aplicá-los na resolução de questões. Essas dificuldades encontradas pelos alunos na compreensão dos conceitos matemáticos refletem o fracasso do ensino-aprendizagem escolar no contexto geral da educação e não apenas da disciplina de Matemática.

Pesquisas acadêmicas apontam como possíveis causas desse fracasso o modelo cartesiano do sistema de ensino, onde o conhecimento é compartimentado, dissociado em disciplinas e áreas. Desde o evento das ciências modernas, o saber distanciou-se da realidade; e a teoria da ação; o conhecimento deixou de ser unitário e passou a segmentar-se com a multiplicação acelerada das especializações. As salas de aula do ensino básico fundamental e médio, das graduações e até mesmo das pós-graduações refletem a construção e a manifestação dos efeitos e consequências da dissociação do saber.

Para que serve isso? Eis a pergunta que nossos estudantes fazem aos educadores, em especial, os de Matemática; essa pergunta ecoa em nossas escolas e necessita de uma resposta, visto que não se trata de algo retórico. A resposta não é simples, remonta à história da epistemologia e apresenta-se revestida de uma exigência interdisciplinar.

O que é interdisciplinaridade? Como ela surge e é efetivada? Como trabalhar a Matemática numa perspectiva interdisciplinar? Até que ponto a interdisciplinaridade pode contribuir para uma maior concretude dos conteúdos matemáticos, bem como para sua maior apreensão e compreensão pelos estudantes? Essas e outras perguntas, que inquietam muitos educadores, justificam este trabalho.

## Fundamentação teórica

Este trabalho fundamenta-se nos seguintes objetivos:

1. Sistematizar a discussão sobre como a fragmentação do processo de trabalho, ocorrida após a Revolução Industrial, projetou-se no conhecimento, reproduzida pelo sistema escolar;

2. Identificar algumas dificuldades do ensino e da aprendizagem de Matemática oriundas do isolamento dessa disciplina em referência às outras áreas e à pratica social;
3. Identificar na interdisciplinaridade uma possibilidade de contextualizar a Matemática no cotidiano com o intuito de mostrar sua contribuição para a resolução dos problemas diários.

Fizemos uso de algumas obras para compor a fundamentação teórica e consecução desses objetivos: Carraher, Carvalho, Fazenda, Japiassu, Santomé. Neste trabalho, abordaremos os seguintes tópicos:

1. *O mundo em fragmentos* – em que procuramos demonstrar como se dá o processo de dissociação do saber por ocasião da fragmentação da sociedade, do trabalho e, consequentemente, do próprio homem;
2. *Interdisciplinaridade: reatando os elos do conhecimento* – tem como objetivo principal discorrer sobre o conceito de interdisciplinaridade, seu histórico, seus níveis de aplicação e os obstáculos que a ela se impõem;
3. *Fracasso do ensino e aprendizagem da Matemática* em que dissertamos sobre a fragmentação do conhecimento, observada nos currículos e que se apresenta como uma das principais causas do fracasso do ensino e aprendizagem da Matemática;
4. *Interdisciplinaridade e ensino da Matemática: algumas reflexões* – forneceremos indicadores importantes para a implantação da interdisciplinaridade nos currículos escolares;

5. *Considerações finais* — levantaremos questões que se apresentam como obstáculos e dificuldades à mudança desse estado de coisas.

## O mundo em fragmentos

O processo de fragmentação do saber e, consequentemente, do próprio homem deu-se ao longo da história humana constante e, continuamente, alcançando dimensões sociais e industriais; partindo da filosofia, passando pelos meios de produção, trabalho e chegando, finalmente, nas instituições educacionais.

Santomé ressalta que a divisão social e técnica do trabalho sob o taylorismo e o fordismo trouxeram consequências para a educação escolar e, de um modo geral, para a formação do homem. Pode-se dizer que o taylorismo e o fordismo se traduzem em uma filosofia em que o mais importante são os interesses do capital e não os das pessoas. Nessa filosofia, o espaço do trabalho fica ainda mais compactado, de modo que o trabalhador não tenha a necessidade de conhecer as fases do processo de trabalho nem mesmo movimentar-se dentro do ambiente produtivo, haja vista que a esteira mecânica traz até ele os materiais a serem transformados.

Santomé assevera que diante de tais exigências e da evidente interdependência entre a esfera econômica e a educacional, a instituição eleita como responsável pela formação dessas disposições nas massas trabalhadoras foi a escola. Os sistemas escolares foram, desde sua implantação, guiados por essa filosofia, pelos valores requeridos no âmbito produtivo, passando não só a formar os trabalhadores, como incorporar em seus rituais, em sua forma de organização, aquela fragmentação do trabalho produtivo e a divisão entre o trabalho manual e o intelectual.

Nesse sentido, pode-se dizer que a escola incorporou muito bem seu papel, principalmente, através de seus currículos, nos quais, até hoje, o conhecimento apresenta-se fragmentado, compartimentalizado. Na escola, as disciplinas são estudadas isoladamente e, em muitos casos, sem que alunos e professores saibam articular o sentido de tais saberes na vida social. Do ponto de vista dos alunos, as disciplinas são assimiladas como tendo uma razão de ser em si mesmas, como conteúdos a serem memorizados e repetidos; para os professores, uma quantidade de conteúdos que devem ser ensinados e repassados ainda que não se tenha a devida dimensão do que se está realizando, do sentido prático para a vida tanto individual quanto em comunidade.

Foi exatamente nesse contexto que a especialização das disciplinas científicas tornou-se exagerada e sem limites, contribuindo cada vez mais para a fragmentação epistemológica. O conhecimento, que antes era um todo, dividiu-se em uma multiplicidade de disciplinas estanques e autônomas com fronteiras bem definidas. O advento da ciência moderna trouxe à tona o processo de fragmentação do saber.

## Compartimentalização da escola

Seguindo os moldes de divisão do trabalho, as instituições escolares passaram, então, a adotar uma estrutura compartimentalizada, alicerçada em currículos de disciplinas justapostas, estanques, isoladas umas das outras e do cotidiano.

Nessa perspectiva de ensino, na escola não havia a preocupação em formar o homem em sua integralidade, desenvolvendo nele, além das técnicas, a curiosidade científica e a criticidade, a consciência do meio social em que vive. Os valores do âmbito econômico eram privilegiados perante o currículo disciplinar, e a educação escolar passou a ser vista apenas como necessária para o ingresso bem-sucedido no campo do trabalho:

> O currículo por disciplinas também tem uma razão organizativa, derivada da forte coincidência que tem ocorrido nos últimos anos nos discursos dos grupos empresariais das sociedades mais industrializadas, em suas queixas contra um sistema educacional que não responde às suas necessidades e interesses. Esses discursos inundam nossa sociedade e são rapidamente assimilados por muitos profissionais conservadores e muitas famílias preocupadas com o futuro de seus filhos e filhas no âmbito do trabalho de fato, ocorre muito frequentemente que os jovens, na hora de realizar escolhas entre matérias opcionais ou linhas de trabalho em disciplinas correlatas, façam isso considerando apenas critérios de utilidade e rentabilidade de curto alcance, isto é, em função de determinados conteúdos que sirvam ou não para um emprego e obter melhores salários (SANTOMÉ, 1998, p.106).

Outro dado importante que deve ser acrescentado é que, como o saber escolar estava vinculado à hierarquia, inspirado nos modelos de produção taylorista-fordista, a escola também não conseguiu superar o modelo de conhecimento tido como escada, que se caracteriza pela pressuposição de um caminho único para o saber. Segundo esse modelo, chega-se ao topo do conhecimento galgando degraus, porém, sem que haja a retomada de etapas anteriores.

Por outro lado, essa realidade foi tornando-se consciente e as ciências começaram a questionar seus paradigmas baseados numa divisão mecânica do universo e da realidade social. Com base nesses questionamentos é que foi estruturando-se uma proposta da unificação dos saberes, fundamentada no pressuposto de que a realidade é uma totalidade e não fragmentos, e na crítica ao fragmentarismo da ciência moderna. Assim foi que no plano escolar surgiram propostas de interconexão e interligamento de várias disciplinas.

> Inteiração existente entre duas ou mais disciplinas. Essa inteiração pode ir da simples comunicação de ideias à integração mútua dos conceitos diretores da epistemologia, da terminologia, da metodologia, dos procedimentos, dos dados e da organização referentes ao ensino e à pesquisa (FAZENDA, 1979, p.23).

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1997) vieram a acentuar tal aspecto, tanto em seus fundamentos teóricos e metodológicos para todas as disciplinas como, de maneira especial, pelo surgimento dos chamados temas transversais, integradores e aglutinadores dos conteúdos a serem tratados nas diversas disciplinas do currículo.

## O tratamento dado pela LDB à Matemática

A nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1998) define em seu Art. 1° que "A educação abrange processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais" e, mais especificamente, "A educação escolar deverá vincular-se ao trabalho e à prática social" (Art. 1°, § 2°). Dessa forma reconhece a educação, notadamente a escolar, como processo de formação do ser humano não apenas num ou noutro aspecto, mas em todas as suas dimensões, em sua totalidade, de acordo com a realidade.

A LDB 9394/96, propõe como finalidade de Ensino Fundamental a aquisição e o desenvolvimento de "capacidades de aprendizagem que vão desde o domínio da leitura e da escrita até a compreensão do ambiente natural e social e o fortalecimento das relações interpessoais" (Art. 32 e incisos). Para o Ensino Médio, acrescenta ser este "a preparação para o trabalho e a cidadania, a formação ética e a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria à prática" (Art. 35 e incisos).

Para tanto, com o intuito de atingir tais finalidades, a LDB estabelece um currículo baseado no domínio de competências e habilidades e não em um simples acúmulo de informações, mas também "vinculado com os diversos contextos de vida dos alunos" (Art. 27 e Art. 36), ou seja, um currículo que valoriza as disciplinas, desde que estejam interligadas e contextualizadas com o mundo real: o trabalho, a ética e a cidadania.

Além de definir uma base nacional para os currículos da Educação Básica, apresenta flexibilidade para adaptações às peculiaridades regionais e culturais de acordo com os hábitos, costumes e atividades econômicas de cada lugar (Art. 36). A LDB chama a atenção, também, para a formação do professor que deve sempre estar atento à associação entre a teoria e a prática (Art. 61). Propicia, ainda, condições legais para que se possa desenvolver na educação um trabalho interdisciplinar eficaz e assim formar indivíduos preparados, com melhores chances de sobreviverem e aprenderem a conviver numa sociedade globalizada.

## Interdisciplinaridade: reatando os elos do conhecimento

A interdisciplinaridade surgiu com a finalidade de corrigir os efeitos acarretados por uma ciência excessivamente compartimentalizada. É uma crítica a uma educação esfacelada; esfacelamento que pode ser, em boa parte, "explicado pelos preconceitos da mentalidade positivista" (JAPIASSU, 1976, p.34). Esse quadro da fragmentação do conhecimento foi agravado, principalmente, pela multiplicação das especializações, onde a fragmentação começou pelo objeto de estudo e estendeu-se aos conceitos e metodologias:

> O especialista, dizia, é aquele que possui um conhecimento cada vez mais restrito. O triunfo da especialização consiste em saber tudo sobre nada. A parcela de saber exato e preciso detida pelo especialista perde-se no meio de um oceano de não saber e de incompetência (JAPIASSU, 1976, p.8-9).

A linguagem é ferramenta fundamental na articulação da interdisciplinaridade e precisa ser única, entendida e compartilhada por todos. Sendo assim, o primeiro passo é estabelecer e elucidar o significado, a diferença entre os termos mais importantes. Japiassu (1976, p.74) ressalta que "a interdisciplinaridade se caracteriza pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de integração real entre as disciplinas, no interior de um projeto específico de pesquisa".

Japiassu (1976, p. 61) enfatiza que o termo *disciplina* é usado como sinônimo de ciência, indicando mais o "ensino de uma ciência", enquanto que o termo *ciência* indica mais uma atividade de pesquisa; Fazenda (1979, p.33) assevera que disciplina é "aquilo que designa um sistema no qual se reconhece uma organização e no qual a soma de suas partes não coincide com sua totalidade"; Santomé (1998, p.55) afirma que *disciplina* é "uma maneira de organizar e delimitar um território de trabalho, de concentrar a pesquisa e as experiências dentro de um determinado ângulo de visão".

A interdisciplinaridade exige o controle coletivo, uma postura crítica perante o mundo fragmentado, uma disposição para agir em grupo e enxergar a partir da visão do outro; requer, pois, uma nova visão de mundo e uma postura diante do coletivo e da crítica. Reforça essa conceituação, enfatizando que a “interdisciplinaridade não se ensina nem se aprende, apenas vive-se, exerce-se e, por isso, exige uma nova Pedagogia, a da comunicação” (FAZENDA, 1979, p.8). Nessa concepção a formação do docente implica diretamente no desenvolvimento das competências e habilidades do discente.

A necessidade e justificativa de projetos interdisciplinares estão, principalmente, na complexidade dos problemas educacionais que se apresentam e que precisam ser enfrentados nos dias atuais; problemas esses que vão além dos limites de outra disciplina concreta, cujas soluções exigem o conhecimento do homem inserido em sua realidade e no mundo do qual faz parte.

A interdisciplinaridade exige a reformulação de conceitos, uma mudança de postura, a ruptura com uma pedagogia de certeza que apresenta uma imagem falsa de um saber racional e objetivo, que forma um homem associal e acrítico, capaz somente de armazenar verdades dogmáticas que provocam uma impressão de segurança. Fazenda assevera que:

> o professor interdisciplinar traz em si um gosto especial por conhecer e pesquisar, possui um grau de comprometimento diferenciado para com seus alunos, ousa novas técnicas e procedimentos de ensino, porém, antes, analisa-os e dosa-os convenientemente (FAZENDA, 2007, p.31).

O papel do professor é também ser crítico e autocrítico; espera-se que seja capaz de enfrentar novos paradigmas, que use sua capacidade inventiva para proporcionar aos seus alunos um contato prazeroso com a Matemática, consequentemente, levando-os a inseri-la em seu cotidiano.

## Fracasso do ensino e aprendizagem da Matemática

A fragmentação e o isolamento parecem estar em todas as disciplinas do currículo escolar, sobretudo na Matemática. Essa disciplina é, provavelmente, a mais repudiada pela maioria dos estudantes. A Matemática tem-se apresentado como conhecimento privilegiado, como termômetro da capacidade intelectual. A falsa ideia de que só quem é muito inteligente pode aprendê-la, acaba contribuindo para que seja alvo de certa idolatria. Dessa forma, ela acaba cumprindo o papel de filtro social, sendo responsável por altos índices de reprovação. A Matemática que os alunos estudam na sala de aula pouco lhes serve; trata-se de uma Matemática a-histórica, associal, alheia ao homem: dá-se ênfase à memorização de resultados aleatórios.

A fragmentação pode chegar a um nível em que a própria Matemática acaba dividindo-se e subdividindo-se em ramificações especializadas, que se isolam e quase adquirem *status* de independência. Como é o caso da Álgebra, da Geometria, da Aritmética, da Análise, da Trigonometria, da Estatística e outras que passam a ser consideradas separadamente, tendo especialistas no domínio de seus conceitos, métodos de manipulação e transmissão. Esse desdobramento produz mais incompreensão por parte das pessoas que se lançam ao desafio de aprender Matemática.

Outro aspecto que promove dificuldade no aprendizado da Matemática é a questão do formalismo exagerado, estabelecido, principalmente, pelos livros-texto. Esse formalismo consiste em mostrar a Matemática como uma receita de bolo que deve ser seguida passo a passo, obedecendo a uma sequência através da qual se obterá o desejado resultado. Há, portanto, uma excessiva valorização das demonstrações, dos algoritmos e das contas secas, processos geralmente enfadonhos e mecânicos, primando pela defesa de que quanto mais exercícios e problemas forem resolvidos mais se aprenderá.

Esse modelo é apresentado como padrão não só na organização dos conteúdos, mas também em todo o currículo tradicional, baseado no conhecimento tipo escada, no qual aprender Matemática é como subir uma escada, galgando um degrau após outro, descartando a ideia de retomada do degrau anterior durante esse processo de subida.

Essa formalização também pode ser atribuída à introdução à Teoria dos Conjuntos, como palavra de ordem, por ocasião da ascensão da Matemática Moderna: "O exagero de formalismo introduzido nas séries iniciais do 1° grau, pela abordagem equivocada da teoria dos Conjuntos, não só é dispensável como pode significar desperdício de tempo" (CARVALHO, 1994, p.77).

Outra questão que traz preocupação é a evidência de que o ensino da Matemática é claramente destinado a atender os interesses das culturas dominantes, como é o caso dos currículos direcionados para o que vai cair no vestibular ou nos exames nacionais, mesmo diante dos apelos de mudança no modo de ensinar Matemática e diante de tantas críticas feitas à organização e seleção dos conteúdos ministrados.

> A incursão no universo interdisciplinar de múltiplas teorizações induz o aparecimento de novas hipóteses que poderão consolidar o jeito novo, a nova forma de conhecer e de fazer

> escola. [...] significa também rever aquilo que determina sua essência, sua finalidade maior, o sentido do humano, em suas inter-relações na busca da construção e reconstrução do conhecimento. (FAZENDA, 2007, p.63).

## Interdisciplinaridade e ensino da Matemática: algumas reflexões

As principais perguntas que movem as pesquisas na área do Ensino de Matemática são: "Por que uma porcentagem tão pequena de alunos aprende Matemática?" "Por que a maioria dos alunos afirma não aprender Matemática?" "Por que o desgosto pela Matemática é manifestado pela maioria dos alunos?" Os estudantes não conseguem enxergar muita utilidade da Matemática para suas vidas, seja no cotidiano ou no trabalho que pretendem exercer no futuro.

Com a intenção de encontrar respostas para essas indagações, muitas pesquisas se propõem a identificar as principais causas do fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática escolar, que se reflete na repulsa dos alunos e nos níveis de aprovação; Fazenda (2007, p.14) defende que "é necessário estudar-se a problemática e a origem dessas incertezas e dúvidas para se conhecer uma educação que as enfrente"; enquanto outras tantas buscam soluções para esse problema que não pertence somente à Matemática escolar, mas ao conhecimento como um todo.

O presente trabalho aponta a fragmentação do próprio mundo e das relações sociais como aspectos determinantes e fundamentais que contribuíram para esse fracasso. Fato constatado é que não existe fórmula milagrosa para a cura desse mal, não obstante o que aqui defendemos é justamente o combate à dissociação e compartimentalização do conhecimento, à fragmentação e separação do saber escolar e do saber cotidiano por meio de uma prática pedagógica interdisciplinar.

Em primeiro lugar, faz-se necessário sensibilizar para modificar o pensamento de algumas pessoas que acreditam que a Matemática é privilégio dos mais inteligentes ou que ela é "uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das ideias" (CARVALHO, 1994, p.15). Em contrapartida, fazer entender que "a Matemática não é apenas uma ciência: é também uma forma de atividade humana" (CARREHER, 1993, p.12); ela é o produto das aspirações e necessidades do homem.

Mas como aplicar a interdisciplinaridade à Matemática? Primeiramente, deve-se buscar a interdisciplinaridade da Matemática escolar com a vida real, ou seja, o cotidiano dos alunos, com o intuito de dar sentido mais prático ao estudo dessa disciplina. Carreher (1993) defende que:

> A aprendizagem da Matemática na sala de aula é um momento de interação entre a Matemática organizada pela continuidade científica, ou seja, a Matemática formal, e a Matemática como atividade humana. (CARREHER, 1993, p.12)

Essa aproximação do conhecimento cotidiano ao conhecimento escolar provoca no indivíduo uma melhor percepção de unidade e da importância de estudar e aprender Matemática, que, ao contrário do que pensa a maioria, está presente em nossas atividades sociais, na natureza e no trabalho de forma dinâmica.

Os estudos realizados nesse sentido mostram que, geralmente, os indivíduos que obtêm sucesso ao resolverem problemas que envolvem matemática em sua prática cotidiana, não alcançam o mesmo resultado positivo, quando esses problemas são abordados de maneira formal em sala de aula, porque dentro da sala de aula esses indivíduos não encontram significado nesses problemas e não conseguem associar suas estratégias de resolução com aquelas formais e simbólicas. Fazenda ressalta que a construção de um método fundamentado na ação faz-se necessária para:

> o cotidiano da sala de aula, tendo em vista retirar deles os elementos de uma prática docente interdisciplinar e de uma teoria da interdisciplinaridade. Outras teorias tais que o interacionismo simbólico, a etnometodologia, a teoria da reprodução e da resistência já demonstraram a importância da sala de aula como objeto de estudos e pesquisas (FAZENDA, 2007, p.61).

Nas aulas de Matemática, a teoria transmitida de forma mecânica e tradicional não estimula a interpretação dos problemas e dos resultados obtidos. As situações-problema interdisciplinares oferecem aos alunos oportunidades de resolver problemas em contextos práticos, permitindo que eles apliquem, na escola, estratégias que utilizam em sua realidade:

> As crianças desenvolvem estratégias próprias para resolver problemas de aritmética envolvendo as quatro operações. Vimos também que, em contraste com procedimentos escolares, essas estratégias são altamente eficientes, porque lidam com os números, conservando em todos os momentos o seu significado (CARREHER, 1993, p.69).

É fundamental que se compreenda os conceitos matemáticos dentro de um contexto sociocultural, que é o cotidiano, para que seja possível, depois que já se tenha desenvolvido a capacidade de interpretar informações e raciocinar logicamente,  alcançar o inevitável e necessário nível de abstração com muito mais segurança e tranquilidade.

> Os significados atribuídos aos números fora da escola devem ser considerados e incorporados na abordagem mais ampla que esse assunto assume na sala de aula. A humanidade precisou de séculos de cultura para contextualizar o número; não podemos esperar que o aluno o faça espontaneamente ao entrar na escola. (CARVALHO, 1994, p.33).

Essa troca de conceitos e significados entre o conhecimento científico e o conhecimento cotidiano promove o melhor entendimento e aprendizado da Matemática. A Matemática foi criada para solucionar os problemas do cotidiano, para resolver problemas sociais, inicialmente, muito concretos e comuns à maioria das pessoas; com o desenvolvimento do próprio homem, a Matemática abstraiu-se, entretanto não perdeu a utilidade, mas passou a destinar-se, também, a resolver problemas mais particulares e específicos que não pertenciam ao cotidiano da maioria.

Japiassu considera importante que se retire a Matemática do mundo platônico em que se encontra, para que, assim, ela possa retornar ao lugar que é seu: entre as coisas do homem. Nesse sentido, acredita-se que um grande passo para isso seria dado, se o currículo escolar promovesse mais as inter-relações entre as várias disciplinas que o constituem. Certamente todas as disciplinas viriam a lucrar, principalmente a Matemática, pois são muitas as possibilidades de interação com as outras ciências. "A Matemática aparece como instrumento privilegiado do *inter*, pois proporciona um aparelho de organização dos conceitos e das estruturas" (JAPIASSU, 1976, p.90).

Superar a fragmentação existente entre a Matemática, a Física, a Química ou a Biologia torna-se tarefa simples uma vez que os conceitos dessas ciências e as leis naturais são expressos pela linguagem matemática. Sempre é possível trazer para as aulas de Matemática situações-problema de outras disciplinas para que sejam resolvidas usando-se o raciocínio matemático, mas apoiado em conceitos específicos destas. Também é possível estabelecer relações entre a Matemática e as Ciências Humanas, mesmo que não muito profundas. Situar a Matemática em um contexto histórico, pode construir um elo entre seu ensino e as aulas de História, por exemplo. Ao reproduzir os processos pelos quais alguns conceitos matemáticos foram desenvolvidos, a partir de diferentes povos, culturas e contextos sociais, aumenta-se a chance de estimular nos alunos a capacidade de dedução e raciocínio lógico.

Cabe aos professores, apoiados pelas instituições escolares, colocarem em prática essa busca pela interdisciplinaridade, mesmo que passando pelas etapas anteriores, a multi e a pluridisciplinaridade, ultrapassando as barreiras da inflexibilidade. Eles precisam estar dispostos a planejarem juntos, promovendo uma sintonia cronológica entre as disciplinas e elaborando projetos interdisciplinares. Precisam, ainda, entender que tão grande empreendimento exige, além do trabalho em equipe, a disponibilidade para a mudança de paradigmas, muito estudo e dedicação. Fazenda enfatiza que é:

> na perseverança de alguém em tentar recorrer a outras fontes do conhecimento para compreender a complexidade de um texto teórico ou de um problema surgido na prática, que o indivíduo consegue perceber-se interdisciplinar. [...] revela-se também no cuidado e no critério da escolha dos caminhos a serem percorridos na execução de um projeto de trabalho. Entretanto, perceber-se interdisciplinar é sobre tudo acreditar que o outro também pode ser ou torna-se interdisciplinar (FAZENDA, 2007, p.78).

Para combater essa separação de conteúdos que deveriam estar interligados, alguns autores se contrapõem à tradicional organização linear dos currículos em defesa de um novo tipo de organização: o currículo em espiral. Nesse tipo de organização, os assuntos são mesclados no decorrer da obra, isso porque promove uma integração entre eles e uma constante retomada de assuntos já estudados em momentos anteriores.

Não há dúvidas de que a interdisciplinaridade tende a ser mais compreendida, aceita e praticada em todas as instâncias educacionais, como uma exigência do mundo globalizado.

## Considerações finais

O mundo globalizado, os avanços tecnológicos exigem uma desfragmentação, uma visão holística do saber. Diante desse quadro, a interdisciplinaridade, entendida como um método integrador do conhecimento surge não como panaceia, mas como uma mudança de atitude, uma substituição da concepção fragmentada para a concepção unitária do ser humano.

No caso específico da fragmentação do conhecimento escolar, uma das coisas que se compreende hoje é que essa dissociação prejudica muito o ensino e a aprendizagem da Matemática. Inserida em um currículo de disciplinas estanques, a Matemática tem-se isolado das atividades dos homens, mantendo pouca relação com a vida cotidiana dos alunos e, por isso mesmo, não atraindo o seu interesse.

O que se tem percebido na maioria das escolas, é que o ensino da Matemática está fundamentado em uma metodologia autoritária e tradicional que dificulta sua aplicação prática, atribuindo-lhe valores mecânicos de memorização. A não integração da Matemática com outras disciplinas e áreas do conhecimento, conforme abordagem deste trabalho pode ser uma das causas das dificuldades que os alunos têm demonstrado na percepção de sua aplicação na resolução de problemas cotidianos, como também sua importância na formação crítica e ética do ser humano.

Para superar esses problemas, sugerimos que se trabalhe a Matemática na sala de aula de forma interdisciplinar, construindo um elo entre os conceitos matemáticos e o cotidiano dos alunos, integrando a Matemática não somente às disciplinas como a Física, a Química e a Biologia, mas também à língua materna e à História, fundamentais na contextualização de qualquer conhecimento; levando situações-problema dessas disciplinas para as aulas de Matemática é possível fazer com que elas se conectem de modo a dar significado à aprendizagem dos alunos.

O trabalho interdisciplinar exige uma mudança de postura daqueles que pretendem realizá-lo. Para tanto, os professores necessitam participar de cursos de formação que os orientem naquilo que os cursos de licenciatura deixam a desejar, talvez por permanecerem no estágio de fragmentação aqui abordado. Faz-se necessário, também, que os professores estejam dispostos a trabalhar em grupo. Cada especialista precisa estar aberto para conhecer a disciplina do outro, utilizar novas metodologias, sempre procurando estabelecer uma conexão entre a teoria e uma ação concreta; precisam, ainda, ter fôlego para enfrentar todos os obstáculos que se colocarem diante de um projeto interdisciplinar.

## Referências

BRASIL/MEC. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei 9.394/96). **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio** – PCNs. 1997.

CARRAHER, Terezinha; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero.** 7ª Edição. São Paulo: Cortez, 1993.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino da Matemática.** 7ª Edição. São Paulo: Cortez, 1994.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro: efetividade ou ideologia.** 4ª Edição. São Paulo: Loyola, 1979.

______________________________ **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa.** 14ª Edição. São Paulo: Papirus, 2007.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber.** Rio de Janeiro: Imago, 1976.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. **Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado.** Tradução de Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artemed, 1998.

# A CONSTRUÇÃO DO NÚMERO NATURAL: UMA ANÁLISE CONCEITUAL

*Joelma Nogueira dos Santos*

## Introdução

Embora a contagem tenha precedido os números naturais, as civilizações que existiam no passado tinham conhecimento desse campo numérico. Dependendo de quanto cada uma era desenvolvida,  conhecia-se de mais ou de menos esses números. O homem primitivo observava a ideia de número inserido na natureza de forma intuitiva.Para o homem contemporâneo o número tem significação aritmética e não está atrelado à realidade, é apenas abstração, está em seu pensamento. A matemática desde os primórdios desenvolveu-se a partir, e para as necessidades do homem, e a contagem foi essencial para esse desenvolvimento. O conceito de número que hoje soa como algo simples não foi tão fácil de ser estruturado, levou séculos e envolveu grupos humanos de diferentes lugares da Terra em diferentes épocas (EVES, 2004).

Algumas civilizações antigas criaram sistemas de numeração e alguns, diferentes em uns aspectos. O sistema babilônico de base sexagesimal é um exemplo. Este diferenciava do sistema de numeração egípcio cuja base era decimal. A criação dos números pelos povos primitivos não inclui o zero, este foi introduzido na sequência numérica com o passar do tempo. Segundo Davis e Hersh (1985, p. 154), "[...] Os inventores dos algarismos 0, 1, 2,..., 9 ou de suas formas primitivas estão perdidos na névoa do tempo."

O sistema de numeração que utilizamos inclui o zero, uma criação que foi ignorada durante muitos séculos pelos gregos e egípcios e que os babilônios há muito já tinham noção. Para Ferreira (2011, p. 02) "[...] A invenção do zero foi um passo decisivo para a consolidação do sistema de numeração indo-arábico, devido à sua eficiência e funcionalidade em relação aos demais sistemas de numeração".

Segundo Caraça (2010, p. 06), esse feito foi "um dos actos mais audazes do pensamento, uma das maiores aventuras da razão". O símbolo zero foi criado a partir da exigência da escrita dos números e de suas operações.

Várias técnicas foram desenvolvidas para aprimorar o uso dos sistemas de numeração. A criação do zero, sem dúvida, foi um grande feito, por causa dele e do valor posicional do nosso sistema de numeração, podemos multiplicar, por exemplo, 1029 x 203. Lima *et al* (2006, p. 36) ressaltam que

> Deve-se lembrar que o símbolo 0 (sob diferentes formas gráficas) foi empregado inicialmente pelos maias, posteriormente pelos hindus, difundido pelos árabes e adotado no Ocidente, não como um número e sim como um algarismo, com o utilíssimo objetivo de preencher uma casa decimal vazia.

As escolas de educação básica no Brasil adotam o zero como sendo o primeiro elemento do conjunto. Na verdade, ter ou não o zero nesse conjunto é uma questão de convenção.

Ressaltamos que as crianças ao aprender o conceito de número não têm de imediato a compreensão do zero como um algarismo quanto mais como um número. (LIMA *et al,* 2006).

Outro acontecimento que contribuiu de forma significativa para estruturar o conceito de número, e da matemática como um todo foi a Escola Pitagórica. Fundada por Pitágoras, o ensinamento foi caracterizado não apenas pelo conhecimento matemático, mas também pelo astronômico e o religioso. O lema "tudo é número" ligava fortemente a matemática às coisas que cercam o mundo. "Pitágoras acreditava que tudo na natureza tinha explicação pelos números". Mas o que a escola pitagórica tem a ver com a concepção de número? (ARAGÃO, 2009, p. 21); (BOYER, 1974).

As ideias pitagóricas desde o início pregavam que era possível obter um segmento de reta a partir da comparação entre dois outros segmentos. Era a comensurabilidade gerando a noção de número racional. Por exemplo, se o segmento $\overline{PQ}$ cabia um número de vezes exatas em um segmento $\overline{AB}$ e outro número de vezes exatas num segmento $\overline{CD}$ , podia-se afirmar que $\overline{PQ}$ era 'submúltiplo comum' de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

No que se referem aos números naturais, os pitagóricos fizeram uma descoberta que mudaria a direção na qual, todos eles olhavam a concepção de número. Ao lidar com o quadrado perceberam que a diagonal e o lado dessa figura plana eram segmentos incomensuráveis. Mas o que é a comensurabilidade? O que essa ideia tem a ver com a construção do conceito de número? Segundo Euclides (2009, p. 353), "[...] Magnitudes são ditas comensuráveis as que são medidas pela mesma medida, e incomensuráveis, aquelas das quais nenhuma medida comum é possível produzir-se". Para entendermos essa concepção é necessário imaginarmos duas grandezas.

Caso consigamos compará-las, dizemos que são comensuráveis. Existe um valor que é um submúltiplo comum a essas duas. Uma grandeza sozinha não pode ser considerada incomensurável. Para tal afirmação é necessário dois objetos ou duas grandezas. "Incomensurabilidade é uma relação entre duas grandezas da mesma espécie; não dá ideia de quantidade muito grande" (LIMA *et al*, 2006, p. 62).

Esse fato abalou as estruturas da escola pitagórica que enxergava o mundo a partir da comensurabilidade. Os pitagóricos acreditavam que o domínio do conhecimento matemático era regido pelos números inteiramente exatos. Só aceitavam a ideia da existência dos números racionais porque era possível obtê-los a partir dos números inteiros, como é o caso das frações. "As frações só eram admitidas pelos gregos não como números, mas como razão entre números (1, 2, 3, 4, etc.)". Essa questão implicou diretamente no conceito de número, pois os fatos mostram que os pitagóricos tinham um conceito limitado de números e desconheciam o campo dos reais. (FERREIRA, 2011, p. 05).

O conceito de número só foi estabelecido definitivamente no século XIX mais especificamente no final desse período. Chamamos a atenção para a semelhança que há entre a aquisição do conceito de número que hoje é concebida e a forma como as civilizações antigas vivenciaram. De acordo com a história da matemática primeiro veio a contagem, em seguida, os números naturais, assim ocorreu com as pessoas no passado e assim ocorre com as pessoas no presente, nessa mesma sequência. Primeiro aprendem a contar, em seguida aprendem a ideia de número.

Mas o que é o número então? E como o sujeito constrói sua concepção de número? Na visão piagetiana há três tipos de conhecimento: o físico, o social e o lógico-matemático. O conhecimento físico está relacionado com o mundo exterior e os objetos que ele possui, a partir da experiência do sujeito com os objetos e da observação sobre eles. O conhecimento social é criado pelo homem. Palavras como "dez" ou "ten" são exemplos de conhecimento social, mas a ideia que se tem do número diz respeito ao conhecimento lógico-matemático. Este se refere às construções originadas das relações que o sujeito cria com o objeto. A base das relações é a mente. O conhecimento lógico-matemático é construído pelas relações que são criadas a partir de outras relações construídas anteriormente. Neste último encontra-se a natureza do número. Portanto, não se ensinam as relações que há por trás da aprendizagem de uma adição ou logaritmação na transmissão do conhecimento social, nessa transmissão o que pode acontecer é o ensino da resposta correta. (KAMII, 2001).

O conhecimento lógico-matemático parte da relação que o indivíduo cria mentalmente com o objeto e, a partir das propriedades desse, surgem informações estruturadas pelo indivíduo. De acordo com Kamii (2001, p. 15): "O número é a relação criada mentalmente por cada indivíduo". Quanto mais o indivíduo desenvolve as relações que ele criou com o objeto, mais vai construindo a noção desse objeto. E o conhecimento lógico-matemático depende justamente do desenvolvimento das relações organizadas pelas estruturas mentais do indivíduo e da maneira como são coordenadas por meio de abstração empírica ou reflexiva.

Abstrair a ideia de número não é o mesmo que abstrair a ideia da forma de um objeto. Abstração empírica (conhecimento físico) está relacionada com a ideia de propriedade do objeto como cor, tamanho e forma. Quando o indivíduo abstrai empiricamente, ele focaliza sua atenção a uma única propriedade, ignorando todas as outras. Já a abstração reflexiva relaciona-se com a ideia de construir relações a partir das propriedades observadas no objeto, e essas relações estão na mente desse sujeito que as desenvolveu.

Alguns professores confundem abstração com representação. Acreditam que pelo fato de trabalhar com material concreto, a atividade é concreta e quando trabalham apenas com números escritos a atividade é abstrata. Na visão piagetiana o uso do material concreto pode ocorrer em uma atividade em que os indivíduos têm alto ou baixo nível de abstração, assim como o uso de símbolos pode ser feito em um alto ou baixo nível de abstração. (PIAGET, 2002).

Para que o sujeito entenda o conceito de número é necessário que ele tenha conhecimento sobre duas relações: a ordem e a inclusão hierárquica. A ordem está relacionada com a capacidade que o indivíduo tem de organizar os elementos de uma coleção. O arranjo que o sujeito compreende não é o espacial, mas o que está estruturado mentalmente. A inclusão hierárquica está relacionada com a capacidade que o indivíduo tem de compreender que um número está incluído em outro. Para quantificar uma determinada coleção é necessário relacionar os objetos a partir de uma inclusão hierárquica. A necessidade de ordenar objetos na contagem é no intuito de garantir que nenhum deles seja contado mais de uma vez. A inclusão de classe refere-se à capacidade que o indivíduo tem de perceber o todo e as partes. Quando não há o domínio da inclusão de classes apenas as partes são percebidas. Além desta é necessário o entendimento sobre a inclusão hierárquica, a ordem sozinha não garante a aprendizagem da contagem (KAMII, 2005).

Kamii (2001, p. 20) afirma que: “Se a ordenação fosse a única operação mental da criança sobre os objetos, estes não poderiam ser quantificados, uma vez que a criança os consideraria apenas um de cada vez, em vez de um grupo de muitos ao mesmo tempo”. Dessa forma, a ordem está atrelada à inclusão hierárquica que vai garantir que um número seja quantificado.

Semelhante à inclusão hierárquica é a inclusão de classes, mas há diferença entre esses dois termos. Na inclusão hierárquica, em cada nível existe apenas um elemento que compõe a ideia de número, enquanto que na inclusão de classe há mais de um elemento. O indivíduo deve perceber a partir da abstração reflexiva que o número um está incluído no número dois, que o número dois está incluído no número três e assim por diante. Na inclusão de classes, o importante é que o indivíduo domine a invariante da reversão, pois ao fragmentar o todo em partes, será necessário juntá-las novamente para chegar ao todo. Mas o domínio da reversibilidade precisa ser desenvolvido em ações e eventos nos quais os objetos estão inseridos.

## A construção do número natural na teoria

A matemática dos dias de hoje está fundamentada na ideia de conjuntos. Os conceitos matemáticos podem ser representados por essa. Com o conceito de número natural não é diferente. A compreensão de número vem do domínio da contagem e esta, por sua vez, trabalha a relação entre elementos de duas coleções, e o que são essas coleções se não conjuntos? “A noção abstrata de quatro é, segundo Russel e Whitehead (*Principia Mathematica*, vol. 1), o conjunto de todos os conjuntos que podem ser postos em correspondência um a um.” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 161).

Atrelada a essa ideia Lima *et al* (2006, p. 28) fazem a seguinte consideração: "Números são entes abstratos, desenvolvidos pelo homem como modelos que permitem contar, medir, portanto avaliar as diferentes quantidades de uma grandeza."

Davis e Hersh (1985, p. 375) mostram a visão de Brouwer numa perspectiva intuicionista sobre o que são os números naturais e sobre a ideia de que, são eles, os naturais, o princípio de todo conhecimento matemático. "A posição de Brouwer era de que os números naturais nos são dados por uma intuição fundamental, que é o ponto de partida de toda a matemática. Ele insistia em que toda a matemática deveria estar baseada *construtivamente* nos números naturais".

Os números naturais implicados na sequência 0, 1, 2, 3,... São concebidos na forma de abstração e são manipuláveis também de forma abstrata. Essa ideia nos permite olhar para o número 179.345.638.000.001 e fazer algumas considerações. Embora não se trabalhe na prática com coleções envolvendo um número tão grande assim, podemos duplicá-lo, triplicá-lo, dizer se é par ou ímpar, se é menor que 1.000.000.000. Dessa forma, embora na sala de aula e no dia a dia trabalhemos com a matemática finita, por meio de seus símbolos e de suas leis podemos abstrair números grandes que fogem inclusive de uma representação decimal. Entender a contagem de números pequenos é tão importante quanto entender e contar números grandes. E a distinção entre os tipos de abstração já apresentados é essencial para compreensão dos dois grupos de números: os pequenos e os grandes. (DAVIS; HERSH, 1985; KAMII, 2001).

Davis e Hersh (1985, p. 173) confirmam essa ideia, pois acreditam que "[...] Trabalhando com a matemática finita, e com poucos símbolos, podemos fazer definições que conduzem a inteiros tão grandes que a mente se frusta ao tentar mesmo representá-los decimalmente".

Embora a construção do conceito de número tenha sido um processo demorado, vemos que os sistemas de numeração desenvolvidos por algumas civilizações eram formas de aperfeiçoamento dos números e que iam se desenvolvendo cada vez mais ao longo do tempo. Graças ao matemático Giuseppe Peano (1858-1932), a Richard Dedekind (1831-1916) e a Georg Cantor (1845-1918) e de seus trabalhos no final do século XIX, hoje temos uma representação e uma definição concisa dos conjuntos numéricos, dentre eles o conjunto dos números naturais. (BOYER, 1974; FERREIRA, 2011).

Segundo Ferreira (2011, p. 19): "A ideia de número natural sempre esteve associada à ideia de quantidade e à necessidade de contagem". A Teoria dos Conjuntos formaliza toda a estrutura dos números naturais e inteiros, assim como de outro campo numérico. Os números naturais 1, 2, 3, 4, ... é uma sequência infinita e não há um número maior que todos os outros. Na concepção construtivista, os números naturais são ensinados intuitivamente e não de maneira formal com definições memorizadas.

Para o construtivista, ver o exemplo, resolver situações-problema, desenvolver habilidade de pensamento é o que faz com que o conceito matemático seja internalizado. A intuição nos permite representar mentalmente objetos matemáticos.

> Assim, a intuição fundamental dos números naturais é um conceito partilhado, uma idéia comum a todos que passaram por certas experiências

> de trabalhar com moedas ou tijolos, botões ou pequenas pedras, até que se possa dizer (ao termos as respostas "certas" a nossas perguntas) que a idéia foi adquirida — que mesmo, como sempre acontece esgotando-se os botões e as moedas mais cedo ou mais tarde, subsiste uma idéia de algo com uma imensa lata de botões ou de moedas que nunca se esgotarão. Em outras palavras, a intuição não é uma percepção direta de algo que existe externamente e eternamente. É o efeito na mente de certas experiências de atividade e manipulação de objetos concretos (em um estágio posterior, de traços no papel ou mesmo de imagens mentais). (DAVIS; HERSH, 1985, p. 441).

Para compreendermos melhor a formalização dada pela Teoria dos Conjuntos aos números naturais, vamos analisar três relações fundamentais para a estruturação desse campo numérico na teoria: o par de números em si que gera um produto, a relação binária e a relação de equivalência.

## Concepções básicas sobre par ordenado: o produto cartesiano

Dado um conjunto não vazio $A$, um par ordenado de elementos desse conjunto é um elemento $(a, b)$ pertencente ao produto cartesiano $AxA$. Quando estruturamos o produto cartesiano entre dois conjuntos não vazios, relacionamos pares ordenados cujos elementos pertencem aos conjuntos em questão.

O par ordenado também é o elemento básico para o *sistema de referência*, termo utilizado por Caraça (2010) para se referir à interpretação geométrica de conjuntos de números, dentre eles o conjunto dos números naturais. Seu significado apresenta-se em forma de postulado por ser um conceito primitivo (LIMA; SIANI FILHO; COUTO FILHO, 1997).

Dados dois pares ordenados $P1 = (a, b)\ e\ P2 = (c, d)$, dizemos que $P1$ é igual a $P2$ quando $a = c\ e\ b = d$. Devemos entender que o par ordenado $(a, b)$ não é igual ao conjunto $\{a, b\}$ pois o conjunto $\{a, b\}$ é igual ao conjunto $\{b, a\}$ e o par ordenado $(a, b)$ só é igual a $(b, a)$ quando $a = b$.

Sejam dois conjuntos $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_i\}$ e $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_j\}$ não vazios e finitos com $i$ e $j$ elementos respectivamente. Denomina-se produto cartesiano de $A$ em $B$ o conjunto cujos elementos são todos os pares ordenados $(a_i, b_j)$, com $a_i$ em $A$ e $b_j$ em $B$. O produto cartesiano $AxB$ também é finito e tem $i.j$ elementos. Ou seja, $n(AxB) = n(A)\ x\ n(B)$, onde $n(A)$ é o números de elementos do conjunto $A$ e $n(B)$ é o número de elementos do conjunto $B$. A notação para o produto cartesiano de $A$ em $B$ é $AxB = \{(a, b)/a \in A\ e\ b \in B\}$ (DOMINGUES; IEZZI, 2003).

Lima *et al* (2006) afirmam que podemos pensar no produto cartesiano a partir de um quadro retangular. Logo para os conjuntos apresentados acima temos:

$$(a_1, b_1)(a_1, b_2) \dots (a_1, b_j)$$

$$(a_2, b_1)(a_2, b_2) \dots (a_2, b_j)$$

$$\dots$$

$$(a_i, b_1)(a_i, b_2) \dots (a_i, b_j)$$

com $i$ linhas e $j$ colunas.

## A relação binária

Dados dois conjuntos não vazios $A$ e $B$, uma relação binária de $A$ em $B$ é um subconjunto qualquer de $AxB$.A notação $a\mathcal{R}b$ indica que $(a,b) \in \mathcal{R}$ e que '$a$ está relacionado com $b$ por meio de $\mathcal{R}$'. (Lê-se "$a\ erre\ b$"). Indicaremos $A$ como conjunto de partida e $B$ como conjunto de chegada. Para indicar que um elemento $(a,b)$ pertence à relação $\mathcal{R}$ usamos uma proposição demonstrada por $p(a,b)$. A proposição $p(a,b)$ é verdadeira quando o elemento $a$ de $A$ se relaciona com o elemento $b$ de $B$ por meio da relação $\mathcal{R}$, que indicamos por $a\mathcal{R}b$. (DOMINGUES; IEZZI, 2003).

Vejamos o exemplo a seguir:

Sejam $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$ e $\mathcal{R} \subset$ AxB tal que $\mathcal{R} = \{(a,b) \in AxB /\ a = b + 1\}$, logo, $R = \{(1{,}0), (3{,}2), (5{,}4), \dots\}$.

Várias são as situações em que relacionamos elementos de um mesmo conjunto ou de conjuntos distintos. Por exemplo, se $C = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$ indica o conjunto de alunos da turma de 5º ano da escola *E*, e $P = \{p, q, r\}$ é o conjunto de professores dessa turma na escola *E*, então é possível estabelecer várias relações com os elementos do conjunto *C* e do conjunto *P*.

Vejamos algumas dessas relações:

1 - '*1 é aluno de p*'
2 - '*2 é colega de classe de 25*'
3 - '*q é professor de 14*'
4 - '*r trabalha na mesma escola que p*'.

Outra forma é utilizando a linguagem matemática para expressar relações entre os elementos de dois conjuntos. Podemos apontar, por exemplo, $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ e $B = \{2, 4, 6, \dots\}$, quando expressamos $a$ de $A$ e $b$ de $B$ da forma $a + b = 15$, estamos indicando uma relação de $A$ e $B$. A proposição é falsa quando o elemento $a$ de $A$ não se relaciona com o elemento $b$ de $B$ sua notação é $a \not R b$**.**

A relação binária nos auxilia na compreensão de como se dá a contagem. Esta ocorre por meio de uma correspondência sucessiva. Numa coleção de coisas, cada unidade é associada a um número natural na sequência em que estão dispostos. Fazer corresponder é a base do processo de contagem. A lei da correspondência consiste em fazer a relação um a um entre dois entes, como por exemplo, uma coleção de 10 bolas representadas por $b_1, b_2, \dots, b_{10}$ e a sequência dos números naturais 1, 2, ..., 10. Na sequência, $b_1$ corresponde a 1, $b_2$ corresponde a 2, dessa forma, sucessivamente chegamos a $b_{10}$ que corresponde ao número 10. Em uma correspondência, o termo antecedente se relaciona com o termo consequente (CARAÇA, 2010).

Essa correspondência representa uma relação do conjunto$B = \{b_1, b_2, \dots, b_{10}\}$ no conjunto $A = \{1, 2, \dots, 10\}$, dada por $R = \{(b_i, i);\ b_i \in B\ e\ i \in A\}$. Observe que nesta relação cada elemento de $B$ se relaciona com um único elemento de $A$ e reciprocamente. Neste caso a correspondência é chamada biunívoca.

Quando duas correspondências trocam os termos antecedente e consequente, dizemos que elas são recíprocas. Sendo um consequente para um único antecedente, então a correspondência é unívoca, ou seja, um a um. No caso de um antecedente para vários consequentes então a correspondência é um a vários. A correspondência é considerada biunívoca quando ela e sua recíproca são unívocas. Sendo biunívoca também é equivalente, ou seja, a quantidade de elementos que compõe uma coleção de objetos é igual a quantidade de elementos que compõe a outra coleção de objetos (CARAÇA, 2010).

Quando o sujeito já domina a conservação de números, ao fazer uma correspondência um a um com duas coleções, percebe que as duas possuem a mesma quantidade. A capacidade lógica de reconhecer que as coleções têm a mesma quantidade de objetos é conhecimento lógico-matemático (KAMII, 2005).

Consideramos a prevalência como sendo a desigualdade na comparação da quantidade de objetos em duas coleções. Sejam duas coleções $C1$ e $C2$. Havendo uma correspondência entre elas, na qual os termos antecendentes são de $C1$ e os termos consequentes de $C2$, podemos afirmar que o todo não é equivalente à parte, ou seja, o todo é prevalente à parte (CARAÇA, 2010).

## A relação de equivalência

Uma relação de equivalência em $A$ é uma relação binária de $A$ em $A$ que satisfaz as seguintes propriedades: (i) propriedade reflexiva: se $a \in A$, então $a\mathcal{R}a$; (ii) propriedade simétrica: se $a, b \in A$ e $a\mathcal{R}b$ então $b\mathcal{R}a$; (iii) propriedade transitiva: se $a, b, c \in A$ e $a\mathcal{R}b$ e $b\mathcal{R}c$, então $a\mathcal{R}c$ (DOMINGUES; IEZZI, 2003; LIMA *et al*,2006).

Caso façamos a análise geométrica da infinitude, podemos também afirmar que, pelo Princípio da Extensão, uma reta contém uma infinidade de pontos. Portanto a reta geométrica é um conjunto de infinitos pontos. Quando fazemos correspondências entre objetos e números, estamos realizando uma contagem. Logo é possível fazer correspondências com conjuntos infinitos, portanto, também será possível estabelecer o conceito de equivalência para esses conjuntos.

Davis e Hersh (1985, p. 257) afirmam que a noção de conjuntos é tão trivial que é ensinada nas séries iniciais. Mas no final do século XIX, o matemático Georg Cantor (1845-1918) descobre toda a complexidade que há na Teoria dos Conjuntos.

> Cantor observou que, para conjuntos infinitos, faz sentido falar do número dos elementos do conjunto, ou pelo menos dizer que dois conjuntos diferentes possuem o mesmo número de elementos. Exatamente como no caso de conjuntos finitos, podemos dizer que dois conjuntos possuem o mesmo número de elementos — a mesma "cardinalidade" — se podemos associar um a um os elementos dos dois conjuntos. Se isso pode ser feito, dizemos que os dois conjuntos são equivalentes.

Uma das consequências da relação de equivalência de conjuntos infinitos é que, quando fazemos correspondência entre dois conjuntos infinitos nos quais, um é o todo e o outro é parte do todo, então esses conjuntos podem ser equivalentes. Como exemplo, temos o conjunto dos números inteiros e o conjunto dos números naturais ou o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números pares, sendo que o segundo conjunto é parte do primeiro e os dois são equivalentes. Isso gera um paradoxo nos conjuntos infinitos, o qual diz que um conjunto infinito pode ser equivalente a um subconjunto próprio, ao mesmo tempo em que mostra a máxima da equivalência entre conjuntos infinitos: "Em verdade, demonstra-se facilmente que um conjunto é infinito se, e somente se, ele é equivalente a algum subconjunto dele próprio" (DAVIS; HERSH, 1985, p. 257).

Existem dois tipos de conjuntos infinitos. O tipo enumerável como é o caso dos números naturais e o tipo contínuo, cujo exemplo é a reta. É possível fazer uma correspondência entre esses dois tipos de infinitos? A resposta é sim. A Teoria dos Conjuntos desenvolvida principalmente pelo matemático Georg Cantor (1845-1918) reza que um conjunto infinito do tipo enumerável pode estabelecer correspondência com um conjunto do tipo contínuo. Por outro lado, Cantor também estabeleceu que conjuntos infinitos com diferentes cardinalidades não podem se relacionar a partir de uma correspondência biunívoca, como é o caso dos naturais com os reais ou dos números naturais com todos os pontos de um segmento de reta. (LIMA *et al,* 2006).

Davis e Hersh (1985, p. 258) apontam que alguns conjuntos, mesmo sendo infinitos, não possuem a mesma cardinalidade. Como é o caso do conjunto dos números naturais e do conjunto dos pontos de uma reta.

> A noção de cardinalidade de conjuntos infinitos seria interessante somente se pudesse ser mostrado que nem todos os conjuntos infinitos possuem a mesma cardinalidade. Essa foi a gran-

de descoberta de Cantor em teoria dos conjuntos. Por meio de sua famosa demonstração em diagonal, ele mostrou que o conjunto dos números naturais 'não' é equivalente ao conjunto dos pontos sobre um segmento de reta.

Entendemos que a relação de equivalência de dois conjuntos parte do princípio de correspondência entre os elementos, mesmo que sejamm dois conjuntos enumeráveis ou dois conjuntos contínuos, eles devem possuir a mesma cardinalidade. Portanto relacionar dois conjuntos, fazendo correspondência entre seus elementos, significa que estamos realizando uma contagem.

## Considerações sobre o axioma de Giuseppe Peano

Ao desenvolvimento humano, ao longo da história, foi atrelado o desenvolvimento da contagem e posteriormente, o número natural. Embora a construção do conceito de número tenha sido um processo demorado, vemos que os sistemas de numeração desenvolvidos por algumas civilizações eram formas de aperfeiçoamento dos números naturais e, que iam se desenvolvendo cada vez mais ao longo do tempo. Graças ao matemático italiano Giuseppe Peano, no início do século XX, hoje temos uma representação e uma definição concisa do conjunto dos números naturais.

A Teoria dos Conjuntos formaliza toda a estrutura dos números. Segundo Davis e Hersh (1985, p. 732, 733), qualquer texto matemático pode ser escrito numa linguagem da Teoria dos Conjuntos a partir de um processo de formalização.

> A teoria dos conjuntos foi desenvolvida por Cantor como um ramo novo e fundamental da matemática por seu direito. Parecia que a idéia de um conjunto — uma coleção arbitrária de objetos disjuntos — era tão simples e fundamental que poderia ser o tijolo com o qual poderia ser construída toda a matemática. Até a aritmética podia ser reduzida (ou elevada) de uma estrutura fundamental a uma secundária, pois Frege mostra que os números naturais podiam ser construídos do nada — isto é, do conjunto vazio — usando-se as operações da teoria dos conjuntos.

Quando nos referimos ao campo numérico dos naturais, geralmente a primeira ideia que nos vem à mente é a de uma sequência numérica e, de que cada elemento dessa sequência, vai surgindo, somando sempre uma unidade ao elemento anterior. Mas como exatamente se constitui teoricamente o número natural? De acordo com Davis e Hersh (1985, p. 379), na visão construtivista de Brouwer, originador da corrente intuicionista, acredita-se que a matemática deve surgir de algo intuitivo, neste caso, o finito. E a partir dele, considerar apenas como matemática o que pode ser construído. "A intuição aqui significa a instrução de *contar*, e nada mais".

Segundo Lima *et al* (2006), na ideia de sucessão, intuitivamente, afirmamos que $n$ é um número natural, ou seja, $n \in \mathbb{N}$ e $n$' também é um número natural sucessor de $n$. Isto quer dizer que $n$' vem depois de $n$ e não há outro número natural entre $n$ e $n$'. O axioma da indução de Peano estabelece as seguintes proposições em relação ao conjunto dos números naturais:

a) um número natural $n$ tem um único sucessor;
b) números naturais distintos têm sempre sucessores distintos;
c) o número natural 1 não é sucessor de nenhum outro número natural;
d) caso $\mathbb{N}$ tenha um subconjunto $A$, ou seja, $A \subset \mathbb{N}$ e se o elemento 1 pertence a $A$ e todo e qualquer sucessor de 1 pertence a $A$, então $A = \mathbb{N}$. Este axioma é denominado axioma da indução.

O axioma da indução é considerado o último axioma de Peano. A partir dele é possível demonstrar algumas proposições que se referem aos naturais. Pela descrição de Lima *et al* (2006, p. 37) temos que

> Seja $P(n)$ uma propriedade relativa ao número natural n. Suponhamos que *i)* $P(1)$ é válida. *ii)* Para todo $n \in \mathbb{N}$ , a validez de $P(n)$ implica a validez de $P(n')$, onde $n'$ é o sucessor de n. Então $P(n)$ é válida qualquer que seja o número natural n. Com efeito, se chamarmos de $X$ o conjunto dos números naturais $n$ para os quais $P(n)$ é válida, veremos que $1 \in X$ em virtude de *i)* e que $n \in X \Rightarrow n' \in X$ em virtude de *ii)*. Logo, pelo axioma da indução, concluímos que $X = \mathbb{N}$.

Todo conhecimento acerca dos números naturais é consequência desses axiomas. No que se refere à sucessão, podemos nomear os sucessores dos primeiros números naturais, mas não é possível fazer a nomeação de sucessores para todos os números. "A partir de um certo ponto, esses nomes tornam-se muito complicados, sendo preferível abrir mão deles e designar os grandes números por sua representação decimal" (LIMA *et al*, 2006, p. 35).

Confirmando a teoria na prática, Ramos (2009, p. 30) analisando as primeiras noções sobre os números naturais e sua aprendizagem faz a seguinte observação:

> A aquisição do conceito de quantidades contáveis é progressiva e hierárquica. Primeiro a criança percebe a ideia de "1". Depois, acrescenta outro "1", assim, a ideia de "2" é composta por "1 mais 1". A ideia de "3" é construída pela ideia de "2 mais 1". A ideia de "4" é construída pela ideia de "3 mais 1", e assim sucessivamente. A aquisição da ideia de quantidades não dá saltos, respeita um ritmo interno.

A partir da visão intuicionista, assim como ocorreu no passado, também ocorre nos dias atuais, pela teoria, o conceito de número natural se dá intuitivamente e, o indivíduo assimila a ideia de um, depois de dois, em seguida de três e assim sucessivamente, conforme o princípio da indução.

## O zero é ou não natural?

Aragão (2009) menciona o ano de 3000 a. C. para as primeiras aparições do zero no vale do Indo. Na mesma época, os egípcios usavam o olho de Hórus, um sistema de representação de frações que oscilavam entre zero e um. Em relação à escrita cuneiforme do sistema de numeração babilônico, embora fosse posicional, não continha o zero. Por volta do ano 1000 a. C. os olmecas, povos que antecederam os maias, também criaram um sistema de numeração posicional e, neste, já continha o zero (D'AMBROSIO, 1998).

Na Grécia em 500 a. C., Platão argumentava pelo Paradoxo do Julgamento que uma grandeza nula não poderia existir indo contra qualquer tipo de significado para o zero. No ano de 400 a. C. os chineses já deixavam um espaço vazio em seus ábacos representando o nada. Porém o documento mais antigo que registra a utilização do zero data de 350 a. C. e foram os maias os primeiros a fazer esse registro, porém os babilônios também já tinham noção do vazio, do nada (BOYER, 1974).

Em sânscrito, antiga língua dos indianos, *sunya* significa vazio. Este termo foi identificado em um livro em 200 a. C., indicando uma casa decimal nula. Em 300 d. C., o vazio passou a ser substituído por um ponto, o *pujyam.* Em 500 d. C. já se podia observar um pequeno círculo sendo utilizado na representação do zero pelos hindus. Brahmagupta, que viveu na Índia Central por volta do ano 628 d. C., "[...] considerava o zero um número e estabeleceu as primeiras regras para o cálculo com o uso do zero, em multiplicações, adições e subtrações" (ARAGÃO, 2009, p. 54).

Berlinghoff e Gouvêa (2010, p. 80) referem-se ao zero como o "nada" que passa a ser número e enfatiza que os hindus tinham começado "[...] a reconhecer *sunya* a ausência de quantidade, como uma quantidade de direito próprio! Isto é, tinham começado a tratar o zero como um número".

Segundo Caraça (2010, p. 06) o homem moderno, mesmo com pouco conhecimento matemático, escreveria o zero na sequência dos naturais, caso lhe fosse pedido, mas aos primitivos[1] de agora ou de antes não se deve considerar o zero como um número natural e afirma: "não chamaremos ao zero um número natural".

Lima *et al* (2006, p. 36) afirmam que não é tão relevante assim considerar o zero natural ou não. "Não se deve dar muita importância à eterna questão de saber se 0 (zero) deve ou não ser incluído entre os números naturais". Por outro lado e pela afirmação acima, é uma eterna questão e, pelo que observamos, não concluída. Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010, p. 80) para se trabalhar com o zero é preciso considerá-lo um número.

> Para calcular com zero é preciso reconhecê-lo como *alguma coisa*, uma abstração como *um, dois, três* etc. Ou seja, é preciso passar de contar uma cabra, ou duas vacas, ou três carneiros para pensar em 1, 2 e 3 por eles mesmos, como coisas que podem ser manipuladas sem pensar em quais espécies de objetos estão sendo contados. Então você tem que dar mais um passo, pensar em 1, 2, 3... como ideias que existem *mesmo que não estejam contando nada.* Então, e só então, faz sentido tratar o 0 como um número.

1 Caraça (2010) utiliza esse termo para se referir ao homem que não domina o conhecimento matemático.

Nessa linha de raciocínio, Lima *et al* (2006, p. 35), têm a mesma concepção e apontam o zero incluído na sequência de símbolos (os algarismos) quando se referem ao sistema de numeração como uma engenharia fantástica, porém, se a questão envolve os elementos do conjunto dos números naturais, fazem a seguinte afirmação:

> Deve ficar claro que o conjunto $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ dos números naturais é uma sequência de objetos abstratos que, em princípio, são vazios de significados. Cada um desses objetos (um número natural) possui apenas um lugar determinado nesta sequência. Nenhuma outra propriedade lhe serve de definição. Todo número tem um sucessor (único) e, com exceção de 1, tem também um único antecessor (número do qual é sucessor).

Portanto, considerando o campo dos naturais, não se pode abstrair o zero, de uma forma inicialmente sem sentido ou significado. Daí entendê-lo como um elemento pertencente ao conjunto $\mathbb{N}$, a partir das considerações feitas até aqui, não é passível de entendimento.

## Referências

ARAGÃO, Maria José. **História da matemática**. Rio de janeiro: Interciência, 2009.

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos:** um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Tradução de Elza Gomide e helena Castro. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CARAÇA, Bento J. **Conceitos fundamentais de matemática.** 7. ed. Lisboa: Gradiva, 2010.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática:** Da teoria à prática. 4 ed. Campinas: Papirus, 1998.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben.**A experiência matemática.** Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

DOMINGUES, Hygino H. IEZZI, Gelson. **Álgebra moderna**. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.

EUCLIDES. **Os elementos.** Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FERREIRA, Jamil. **A construção dos números**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011.

KAMII, Constance. **A criança e o número**. Tradução de Regina A. Assis. 28. ed. Campinas: Papirus, 2001.

______. Valor posicional:como se aprende e como se desaprende? *In*: KAMII, C.; JOSEPH, L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais):** implicações da teoria de piaget. Tradução de Vinícius Figueira. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2005.

LIMA, Elon L. *et al.* **A matemática do ensino médio.** 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 280p. (Coleção do professor de matemática, 1).

LIMA, M. A. B.; SIANI FILHO, N.; COUTO FILHO, T. **Matemática...você constrói.** 8ª série, livro do professor. Rio de Janeiro: Ediouro, 1997. 376p.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Tradução de: Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2002.

RAMOS, L. F. **Conversas sobre números, ações e operações:** uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009.

# UMA APLICAÇÃO DO MMC E DO MDC DE NÚMEROS INTEIROS

*João Luzeilton de Oliveira*

## Introdução

Sabemos que a Matemática, de alguma forma, está presente em nossas vidas, e dificilmente a percebemos. Este texto, que é uma adaptação de umas notas sobre *mmc* e *mdc*, que estão no livro de Matemática - 5ª série, do Prof. Carlos Galante, mostra como abrir um cadeado usando a Matemática, especificamente, usando *mmc* e *mdc*. Trata-se, portanto, de uma aplicação prática envovendo *mmc* e *mdc*. Agora, quanto ao problema da confecção do cadeado, ou seja, da Matemática usada na sua construção, este não será abordado aqui. Por achá-las interessantes e, acima de tudo, aplicações importantes, decidi abordá-las neste texto, propondo dois problemas. Geralmente, o *mmc* e o *mdc* de dois ou mais números naturais, é utilizado quando se trabalha com frações, principalmente no quinto e no sexto ano do Ensino Fundamental. O *mmc* é utilizado quando somamos, subtraímos ou comparamos frações, enquanto o *mdc* é utilizado para simplificar frações [4, 5]. Muitas vezes essa utilização é feita sem apelo às aplicações da Matemática ao nosso dia a dia; por exemplo, que Matemática se utiliza ao abrir um cadeado? E para fabricá-lo, que Matemática é usada? Para visualizar alguma aplicação, primeiramente é necessário aprender como definir e calcular o *mmc* e o *mdc* de dois ou mais números inteiros. Alguns alunos, após o cálculo destes, apresentam dúvidas, como por exemplo, por que o *mmc*(4,2)=4 e o *mdc*(4,2)=2, visto que *mmc* é "mínimo" e o *mdc*, "máximo"? Há, portanto, aparentemente, uma contradição entre esses dois conceitos e, por isso, motivo de confusão por parte desses alunos, nesse nível de escolaridade. No cálculo do *mmc* e do *mdc*, decompõem-se os números naturais (vale também para inteiros) em produtos de fatores primos e, para se determinar, por exemplo, o *mdc*, que é máximo, devem ser tomados apenas os fatores comuns, enquanto, para o *mmc*, que é mínimo, devem ser tomados todos os fatores primos. Além disso, para o *mdc* tomam-se os menores expoentes, enquanto que, para o *mmc*, tomam-se os maiores expoentes. Com a apresentação da definição de *mdc* e *mmc*, de uma maneira de como calculá-los e da solução dos dois problemas que serão propostos na próxima seção, espera-se que essa contradição seja apenas aparente, como será visto mais adiante. Este trabalho será iniciado com a apresentação dos problemas propostos, em seguida serão apresentadas algumas definições e propiedades que serão utilizadas na solução e, finalmente, a resolução destes. O artigo tem como objetivo mostrar o funcionamento de um cadeado com o uso da Matemática.

## Problemas

Para entender os dois problemas propostos, os quais envolvem conceitos de *mmc* e *mdc* de dois ou mais números naturais, serão necessárias algumas definições e propriedades relativas ao conceito de divisibilidade. Sendo $a,b \in \mathbb{N}$, diz-se que $a$ divide $b$ e escreve-se $a|b$, se e somente se, existir $c \in \mathbb{N}$ tal que $c \times a=b$. A notação $a|b$ significa que "$a$ é divisor de $b$" ou "$a$ é fator de $b$" ou "$b$ é múltiplo de $a$". O *máximo divisor comum* de $a$ e $b$, indicado por $d=mdc(a,b) \in \mathbb{N}$, é tal que: i) $d|a$ e $d|b$; ii) se $d_1 \in \mathbb{N}$, $d_1|a$ e $d_1|b$, então $d_1|d$. Isto significa, por i), que o $mdc(a,b)$ é um *divisor comum* de $a$ e $b$, e por ii), o *maior divisor comum* de $a$ e $b$. O *mínimo múltiplo comum* de $a$ e $b$, indicado por $m=mmc(a,b) \in \mathbb{N}$, é tal que: i) $a|m$ e $b|m$; ii) se $m_1 \in \mathbb{N}$, $a|m_1$ e $b|m_1$, então $m|m_1$. Isto significa, por i), que o $mmc(a,b)$ é um *múltiplo comum* de $a$ e $b$, e por ii), o *menor múltiplo comum* de $a$ e $b$. Para determinar o $mmc(a,b)$ e o $mdc(a,b)$, decompõem-se $a$ e $b$ em fatores primos: "O $mmc(a,b)$ é igual ao produto dos fatores primos de $a$ e $b$, comuns e não comuns, cada um deles elevado ao maior expoente". E "o $mdc(a,b)$ é igual ao produto dos fatores primos comuns, cada um deles elevado ao menor expoente". As definições dadas acima, para *mmc* e *mdc*, foram apenas para dois números naturais; no entanto, essas definições podem ser estendidas para uma quantidade finita de números inteiros. Observe-se que o *mdc* de dois ou mais números naturais é um *divisor* e, por isso ele é menor do que ou igual aos números os quais ele divide. O *mmc*, que é um *múltiplo*, é maior do que ou igual aos números pelos quais ele é divisível. Por isso, embora denominado mínimo, deve ser tal que o maior dos números seja menor do que ou igual a ele. A seguir serão apresentados e solucionados dois problemas, objetos desse estudo.

***Problema* 1**: Uma escola possui 10 (dez) salas de aula, cada uma delas fechada com um cadeado. Suponha que se queira confeccionar uma chave para que ela possa abrir todos os cadeados. É possível? Para resolver esse problema, inicialmente, serão feitas algumas considerações. Primeiro, a cada chave será associado um número natural escrito como um produto em que seus fatores são números primos. Segundo, em uma chave qualquer, cada "dente" corresponde a um fator primo e a altura desse "dente", proporcional ao expoente do fator correspondente. Essas 10 (dez) chaves podem ser representadas, por exemplo, assim:

Chave 1 → $c_1 = 2^4 \times 3 \times 5^3$
Chave 2 → $c_2 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$
Chave 3 → $c_3 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$
Chave 4 → $c_4 = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 7^2$
Chave 5 → $c_5 = 2^4 \times 3 \times 5^2 \times 11$
Chave 6 → $c_6 = 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 11$
Chave 7 → $c_7 = 2^5 \times 3 \times 5^3 \times 13$
Chave 8 → $c_8 = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 17$
Chave 9 → $c_9 = 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 \times 11$
Chave 10 → $c_{10} = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 17$

Deseja-se, assim, uma chave que tenha o maior número de "dentes" possível, com a menor altura, ou seja, a chave desejada será aquela que possui todos os seus "dentes" comuns a todas as chaves, cada uma delas com a menor altura, isto é,

Chave procurada → $c_p = 2^3 \times 3 \times 5$.

A chave $c_p = 2^3 \times 3 \times 5$ passa pelo cadeado? E se passar, ela abre o cadeado? Na Figura 1, abaixo, podemos ver a posição inicial do cadeado, ou seja, sem ação da chave.

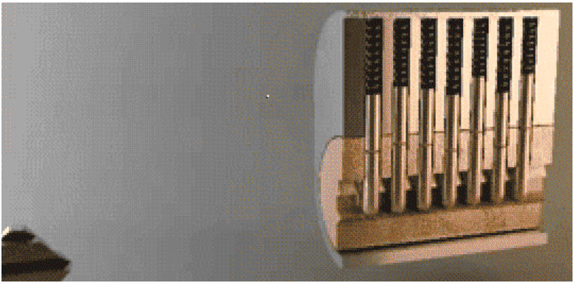


**Figura 1**. Posição inicial do cadeado (sem ação da chave)

Agora, de uma maneira geral, observe-se que para uma chave e um cadeado, tem-se as seguintes possibilidades:

1) A chave não entra nos cadeados.
   Motivo: A chave não tem todos os "dentes" que as demais têm ou, então, esta tem todos os "dentes" das demais, mas um dos "dentes" desta é maior do que algum "dente" das outras.
2) A chave entra nos cadeados e não abre os mesmos.
   Motivo: Esta possui todos os "dentes" das demais, porém com tamanhos (alturas) inferiores ou iguais aos dos respectivos "dentes" das demais.
3) A chave entra nos cadeados e abre os mesmos.

Neste caso, a chave possui todos os "dentes" das demais ("dentes" comuns), cada um deles com a maior altura.

Sendo assim, verifica-se que esta só poderá ter os "dentes" que todas as chaves possuem e, destes, os de menor altura, pois se fizéssemos o "dente" correspondente ao 2, por exemplo, com altura equivalente a $2^4$, a chave não passaria pelos terceiro, sexto e nono cadeados. Também, se incluíssemos na chave o “dente” correspondente ao número 13, ela não passaria pelos demais cadeados. Portanto, $c_p = 2^3 \times 3 \times 5$ é a chave procurada e, assim, o problema 1 está resolvido.

Observe, também, que o mesmo ocorre em relação aos “dentes”, ou seja, tem-se, o seguinte problema.

***Problema* 2**: Agora, o que se deseja é um cadeado no qual todas as chaves possam passar. É possível? Neste caso, o cadeado deverá conter todos os “dentes” de qualquer uma das chaves e, para cada “dente”, a altura deverá corresponder ao “dente” de maior altura. O cadeado deverá ter, então, os “dentes” comuns e não comuns a todas as chaves, cada um deles com a maior altura. Veja a situação abaixo:

Cadeado 1 → $C_1 = 2^4 \times 3 \times 5^3$
Cadeado 2 → $C_2 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$
Cadeado 3 → $C_3 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$
Cadeado 4 → $C_4 = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 7^2$
Cadeado 5 → $C_5 = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 11$
Cadeado 6 → $C_6 = 2^2 \times 3 \times 5^3 \times 11$
Cadeado 7 → $C_7 = 2^5 \times 3 \times 5^3 \times 13$
Cadeado 8 → $C_8 = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 17$
Cadeado 9 → $C_9 = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 7 \times 11$
Cadeado 10 → $C_{10} = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 17$.

O cadeado procurado é o que tem os fatores 2, 3, 5, 7, 11, 13 e 17, cada um deles elevado ao maior expoente. Portanto, tal cadeado será:

Cadeado procurado → $C_p = 2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 13 \times 17$.

Sendo assim, o primeiro problema é uma aplicação do *mdc*, e a chave procurada é:

$mdc(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}) = 2^3 \times 3 \times 5.$

No segundo, procura-se um cadeado que por ele passem todas as chaves, tendo assim, uma aplicação do *mmc*, e o cadeado procurado é:

$mmc(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}) = 2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 13 \times 17.$

Aqui, os alunos, além de reverem e aprenderem alguns conteúdos relativos à divisibilidade no conjunto dos números naturais (viram, também, que vale para inteiros), terão a oportunidade de ver na prática uma aplicação do *mmc* e do *mdc*.

## Considerações

Muitos de nossos alunos terminam o Ensino Fundamental, e pouco conhecem sobre *mmc* e *mdc* de dois números naturais, principalmente, quando se trata de aplicações desses conceitos. Trata-se de uma aplicação simples, mas bem interessante, e que ajuda na compreensão desses conceitos, observando que cada chave corresponde a um número natural escrito como um produto de fatores primos, onde cada “dente” da chave corresponde a um fator primo, e a altura desse “dente” corresponde ao expoente do referido fator. E é essa toda a Matemática que existe num cadeado? Claro, que não. O referido artigo mostra, simplesmente, como abrir um cadeado usando a Matemática. Existe muito mais Matemática envolvida no funcionamento e na confecção de cadeados, além da que foi mencionada, uma Matemática usada pela Engenharia para a construção dos mesmos, e que essa não foi tratada aqui. Foram resolvidos dois problemas de aplicação de *mmc* e *mdc* de dois ou mais números naturais, mostrando-se assim, que é possível abrir um cadeado fazendo-se uso de alguma Matemática. Para a solução desses problemas, foram apresentados alguns conceitos, que além de servirem para fixação das noções de *mmc* e *mdc*, foram cruciais para que os alunos enxergassem alguma aplicação da Matemática do nosso dia a dia. Sendo assim, do ponto de vista estritamente didático, este trabalho envolve uma aplicação da Matemática, fazendo com que o assunto destacado seja bastante atraente para os alunos.

## Referências


ALENCAR FILHO, Edgard de. **Teoria Elementar dos Números**. 3ed. São Paulo: Editora Nobel, 1992. 386p.

GALANTE, Carlos. **Matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 1953. 1 v. (5ª).

GONÇALVES, P. S. Divisores, múltiplos e decomposição em fatores primos. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, v.20, 31-32, jan. 1992. Quadrimestral.

PATERLINI, R.R. Um método para o cálculo do mdc e do mmc. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, v.13, p.34-37, ago. 1988. Quadrimestral.

SANTOS, José Plínio de Oliveira. **Introdução à Teoria dos Números**. 3ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2000. 198p.

M.gizmodo.uol.com.br/chaves-e-fechaduras-gif-animado (2013)

# JOGOS E SIMULAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

*Eugeniano Brito Martins*

## Introdução

As dificuldades na aprendizagem da matemática na Educação Básica são sempre estudadas buscando técnicas de ensino que ajudem os alunos a superar os obstáculos que surgem durante o ensino e impedem a aprendizagem. Diversas são as técnicas e recursos didáticos existentes para obter-se a aprendizagem durante o ensino da matemática, entre elas, tem-se o jogo.

Jogar e brincar são uma característica inerente dos animais, Huizinga (1996) apresenta diversos exemplos onde os animais das mais diversas espécies utilizam o jogo e as brincadeiras como forma de desenvolver habilidade que lhe serão importantes na vida adulta. Os humanos utilizam os jogos e brincadeiras para treinar as mais diversas situações, podendo ser utilizadas como forma de aprendizagem.

Malba Tahan (1961, p.152) afirma que "a necessidade de brincar é precisamente isso que nos vai permitir reconciliar a escola com a vida". Desta forma, o brincar possibilita aos alunos inserir a escola na sua vida, tornando o que é lecionado possuidor de significado para o cotidiano social e profissional. E citando Lourenço Filho, Malba Tahan (1961, p.172) diz que "O jogo não difere essencialmente do trabalho pela *forma de ocupação*, porque a mesma ocupação pode ser um jogo ou trabalho, segundo o indivíduo, e para o mesmo indivíduo, segundo a idade, o momento, etc".

Então jogar é tão essencial como qualquer atividade apresentada aos nossos alunos, devendo o jogo ser adequado ao nível escolar e ao conteúdo a ser abordado.

Como instrumento pedagógico, os PCNs (1997) valorizam o jogo desenvolvido pelo professor como um elemento que estimula a participação do aluno e consequentemente a aprendizagem dos conteúdos trabalhados durante os jogos. Desta forma, os jogos são formas de praticar os conteúdos lecionados favorecendo a aprendizagem dos alunos.

Existem diversos tipos de jogos, este trabalho apresenta uma proposta de juntar a simulação matemática com o jogo Role Playing Game (RPG) e desta forma construir jogos que permitam aos alunos explorarem diferentes situações com a utilização da matemática.

## Simulação

A simulação é uma técnica matemática que consiste em representar um fato real ou uma estrutura a ser construída por meio de funções matemáticas. Podemos até dizer que a simulação sempre antecede o desenvolvimento de todas as teorias matemáticas. Conhecida desde a Antiguidade, foi com o advento dos computadores que a simulação ganhou significativo desenvolvimento.

É possível desenvolver programas de simulação em todas as linguagens de programação. Além disso, existem linguagens como a GASP IV e o LISP que são ferramentas exclusivas para a simulação. Como exemplos de simulação aplicada à educação há os do livro de McNitt (1985) em que o autor nos mostra como usar a simulação para representar as mais diversas situações que encontramos no nosso mundo real. Neste livro, temos exemplos de uso da simulação em situações determinísticas e nas aleatórias, aplicações em processos industriais, em sistemas de inventários e em jogos de gerenciamento.

A simulação possibilita a utilização dos conteúdos matemáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental até o conteúdo do Ensino Superior, possibilitando aos alunos aplicarem o conhecimento lecionado na representação de situações reais, porém controladas, relacionadas às situações sociais onde os alunos estão inseridos.

O jogo que vamos desenvolver é baseado em um dos exemplos de jogos de gerenciamento. É o jogo de venda de cachorro quente. Apresentado por Taylor e Walford (1972) que descrevem seis jogos de simulação que podem ser aplicados em sala de aula. Um destes, o "*Front Page*", mostra como poderia ser desenvolvido um jornal na escola. Este jornal teria toda a equipe de redação, reportagens, diagramação, vendas de espaços e exemplares, e outras exercidas por alunos. Estes alunos teriam a função de produzir, distribuir e vender os jornais produzidos. Atualmente, nas escolas públicas, temos a ONG Jornal Jovem que faz um trabalho idêntico com os alunos, cuidando de todos os processos de criação do jornal e a ONG se encarrega apenas de imprimi-lo.

Outro autor que desenvolve aplicações de simulação em educação é o Abt (1974). Ele chama estes jogos destinados a aplicações educacionais de jogos sérios. E nos explica a razão para esta forma de denominação: "...Estamos interessados em jogos sérios no sentido de que esses jogos têm um explícito e cuidadosamente refletido propósito educativo... (idem, p 9)". Porém, o autor descarta a obrigação dos jogos educacionais serem jogos não divertidos, afirmando:

> "Se uma atividade tendo bons resultados educativos pode proporcionar, além disso, satisfação emocional imediata nos participantes será um método instrutivo ideal, motivando e recompensando a aprendizagem bem como facilitando-a" (ABT, 1974, p 10).

O autor ressalta, ainda, a possibilidade do uso dos jogos na educação e exemplifica ao longo do livro, com aplicações em todas as áreas do conhecimento, envolvendo as ciências exatas e da natureza, humanas e sociais. Os jogos exemplificados aplicam-se aos diferentes níveis de ensino.

## Role Playing Game (RPG)

Role Playing Game (RPG), também conhecido por outros nomes, tais como: jogo de interpretação de papéis; jogo de interpretação; jogo estratégico. Trata-se de um jogo onde cada jogador cria um personagem e o desenvolve, ao longo da partida, adquirindo diversas características, conforme as situações que são apresentadas a cada momento durante o jogo. Pode ser dito que é uma peça de teatro, onde cada participante atua como autor do seu próprio papel, seguindo as orientações do líder do jogo.

Define-se como sendo o ano de criação deste jogo 1974, criados pelos americanos Ernest Gary Gygax e David Arneson que lançaram nos Estados Unidos o cenário e jogo *Dungeons & Dragons* desenvolvido em cima do cenário fictício dos livros de John Reuel Ronald Tolkien e sua trilogia chamada *O senhor dos anéis*.

É interessante o ano de 1974 ser definido como o ano da criação do RPG, porém Taylor e Walford (1972) já colocavam na capa de seu livro *"An introduction to role play games and simulation in education, with six established games describe in detail and a directory of published material"*.

Vários outros RPGs surgem ao longo destes anos, onde alguns deles evoluem de cenário para sistemas de jogos, ou seja, um conjunto de regras que se aplica para vários cenários. Entre os sistemas de jogos que existem temos como mais conhecidos os:

- Super-Heróis: com o sistema Champions, que além de ter iniciado um gênero trouxe um modo de criação de personagem baseado em pontos, acrescentando além dos Atributos e Perícias, Vantagens e Desvantagens que tornavam os personagens algo muito mais "tridimensional" e interessante.
- Terror/Misticismo: como a série Storyteller (Vampire, Werewolf, etc), Call of Cthulhu (baseado em contos do escritor H.P. Lovercraft), entre outros.
- CyberPunk: originado no movimento literário da década de 1980 que discute o impacto da informática e da realidade virtual no futuro próximo (CyberPunk 2020, entre outros).
- Ficção Científica: baseados na literatura existente (Star Wars, por exemplo) ou totalmente inovadores (Traveller, o precursor do gênero).
- Sistemas Genéricos: com diversificação de gêneros, muitos autores passaram a buscar sistemas de regras que permitissem ao jogador conhecer todos os gêneros de RPG com apenas um sistema de regras. O mais famoso e bem-sucedido é, sem dúvida, GURPS de Steve Jackson.

- Outros: definitivamente entre o fim dos anos 1980 e início dos 90 surgiram sistemas para todos os gostos em todos os gêneros possíveis (militar, Antiguidade, etc).

No Brasil, o jogo teria chegado em 1980, seguindo o sucesso do filme E.T., de Steven Spielberg, nele alguns atores jogavam o RPG e havia uma disputa para ficarem com o E.T. e essa disputa era resolvida por meio de uma partida de RPG.

## Simulação x RPG x Educação

Em educação, temos vários trabalhos de aplicação do RPG. No Brasil, é mais fácil termos referenciais que apliquem o RPG em cenários que ilustram o conteúdo de história e geografia. Como exemplo de trabalho nestas áreas tem o RPG "O desafio dos bandeirantes" de Luiz Eduardo Ricon, Carlos Klimick e Flávio Andrade, que abordam o período das entradas e bandeiras da época do Brasil colônia.

Marcatto (1996) fornece vários exemplos para aplicação do RPG em química, biologia, física e matemática. Em química e biologia os exemplos que representam situações comuns em que os estudantes exercem as funções de determinadas estruturas e as relações com os demais elementos do cenário. Para matemática e física são cenários em que as ações são executadas após as realizações de algum exercício de um determinado conteúdo que se deseja verificar. Estes exemplos são um referencial para o início de uma forma diferente de dar aula, mas para a matemática e a física o uso do conteúdo é um pretexto para disfarçar uma avaliação ou uma lista de exercícios. Concordando assim com Huizinga (1996) o conteúdo a ser aprendido ou a ser fixado deve estar inserido no contexto do jogo e jamais ser um pretexto para o jogo.

Exemplos da aplicação do RPG para o ensino são apresentados a seguir. São dois jogos que mostram a utilização do RPG para a aprendizagem ou para a fixação de conteúdos estudados.

A primeira aplicação é intitulada de "A viagem do átomo de nitrogênio. Uma atividade RPG, ilustrando o ciclo biogeoquímico do nitrogênio", inicialmente desenvolvida pela *American Society for Microbiology,* sendo esta tradução, que contém todas as instruções, feita pela Dra. Maria Lucia Rácz, do Departamento de Microbiologia do ICB/USP. Este RPG mostra aos estudantes o ciclo do nitrogênio em nosso corpo.

O segundo jogo é introduzido aos estudantes através de uma manchete de jornal com os seguintes dizeres: "*Home Energy Consumption Tied to Air Pollution, Health Problems, Shortages, Fuel Cost Increases*". Denominado de *Saved Energy* este RPG mostra uma situação atual onde temos um aumento do custo da energia seguido do aumento da poluição devido à necessidade de gerarmos mais energia e os problemas de saúde, sociais e ecológicos desta nossa necessidade. Os estudantes, em equipes, têm como missão desenvolver estudos que possibilitem a geração ou a disponibilidade de mais energia, mas, sem que estes novos métodos provoquem aumento dos problemas já existentes; devem até reduzi-los. Eles possuem um prazo para poderem disponibilizar mais 10 mW de energia a um custo 12% menor e não investindo mais do que US$ 60 milhões de dólares. Temos, pois, respaldo suficiente para podermos desenvolver e usar cenários e o jogo de RPG para que os estudantes adquiram conhecimento de forma lúdica.

O RPG, como um instrumento que concretiza a aprendizagem e o conhecimento dos estudantes, vem ao encontro da Modelagem Matemática e da Etnomatemática no momento em que buscamos formas de melhorar a aprendizagem da matemática por nossos alunos. Desta forma, as três técnicas interagem para possibilitar a melhoria de aprendizagem tão desejada e buscada pelos professores e pesquisadores de matemática.

## Uma sugestão de jogo

Para o ensino da matemática financeira, desenvolveu-se um jogo de RPG baseado na simulação computacional proposta por McNitt (1985) denominado Venda de Cachorro-Quente, o jogo foi escolhido por ser uma simulação de gerenciamento de negócios.

O jogador, agindo como proprietário de um carrinho de lanche, informa ao computador a quantidade de sanduíche comprada em determinado dia e o computador por meio de rotinas aleatórias determina o tempo (chuvoso, nublado ou com sol) que fará naquele dia informado e a influência deste na quantidade de sanduíche vendida, informando o valor que o jogador apurou.

Para simplificar o início do jogo e acostumar os alunos a pensar dentro da estratégia exigida, é utilizado apenas um tipo de produto, que será: sanduíche e refrigerante. Apesar de serem dois produtos, vamos considerar para efeito do jogo que os jogadores só poderão vender sanduíche e refrigerante, sempre os dois, como se fosse uma venda casada. E, desta forma, quando falarmos sanduíche estamos nos referindo aos dois produtos.

Desenvolvemos o jogo em várias fases, de modo que, em cada nova fase, seja acrescentada um novo elemento de conhecimento. Estes novos conhecimentos são colocados com a finalidade de tornar o jogo mais real e desta forma agregar conhecimentos ou despertar conhecimentos esquecidos. Um cuidado é essencial, de evitar que cada novo conhecimento ao ser acrescentado torne-se um obstáculo que retire a motivação dos alunos em continuar o jogo.

Cada fase é composta de várias jogadas, denominadas de rodadas. As rodadas em cada fase são repetidas de três a cinco vezes. Essas repetições, inicialmente, objetivam fixar as regras básicas do jogo. Nas fases seguintes, é por meio destas repetições que fixaremos os conhecimentos introduzidos em cada fase. O número de repetições não é fixo, dependendo do nível de compreensão dos jogadores. Porém não podemos esquecer de que não devem ser poucas vezes, pois pode deixar dúvidas com relação ao uso das regras e dos novos conhecimentos introduzidos. Também não podem ser muitas vezes, pois isso desestimula a participação dos jogadores, deixando o jogo monótono e desestimulante.

Na simulação computacional, usamos as rotinas e programas de geração de números aleatórios para a tomada de decisões no jogo. Lembramos que a aleatoriedade é usada para tornar um jogo de simulação mais próximo da realidade encontrada no nosso dia a dia. No RPG, usaremos dois elementos para a determinação da aleatoriedade do jogo. O primeiro elemento é o próprio jogador, com seu cérebro, sua experiência de vida, sua maturidade e seu espírito de arriscar-se em cada jogada.

Estas características já tornam cada jogador um elemento particular dentro do jogo e transforma suas iniciativas e ações em fatos que particularizam cada jogada. O segundo elemento serão dados numerados com diferentes quantidade de faces, que terão como finalidade gerar situações aleatórias nas estruturas de tomadas de decisões do jogo que fogem às escolhas do jogador.

O jogo pode ter as seguintes faces, lembrando que este jogo tem por característica a criatividade do professor para adequar tanto o cenário como as diversas fases aos seus alunos.

1. A primeira ação é inserir os jogadores no clima do jogo. Isso será feito através de uma história, em que os jogadores são colocados diante de uma situação- problema e são obrigados a tornarem-se comerciantes! Eles têm a oportunidade de vender cachorros-quentes e refrigerantes em algum local da cidade. Existe apenas um fornecedor disposto a ajudar os jogadores neste início de empreitada.
2. A aquisição dos produtos para venda pelos jogadores, que devem multiplicar a quantidade adquirida pelo preço de venda para determinar o que foi gasto ou é devido ao fornecedor.
3. Determinar o preço de venda de seus produtos.
4. Determinar de forma aleatória a quantidade de sanduíches vendidos. Para isso usamos dados que devem incluir em suas possíveis numerações a quantidade máxima de sanduíche que pode ser comprada.
5. Calcular o valor apurado, multiplicando-se o valor de venda pela quantidade vendida.
6. Pagar o aluguel do carrinho de lanche e verificar o saldo ao final da rodada.

À medida que os alunos ficam acostumados com a rotina do jogo, novos desafios devem ser inseridos para manter a motivação no jogo. Tais como: carrinho de lanche, motos, aparelhos de som, cadeiras e mesas; empréstimos para eles poderem comprar estes bens; juros; impostos e taxas.

Os conteúdos matemáticos utilizados no jogo podem ser números inteiros; frações; percentagens; equações e funções.

A criatividade do professor é o segredo para o jogo ser atraente aos alunos como também para determinar o nível de exploração dos conteúdos matemáticos.

## As vantagens observadas na prática docente

Aplicar o RPG/Simulação em sala de aula mostrou uma forma de lecionar que motiva os alunos fazendo-os se interessar pela matemática. É fascinante como os alunos mudam a forma de se relacionar com a matemática ao desenvolverem atividade que aplicam simulando representações concretas para o que é ensinado.

Em todas as aplicações realizadas, o envolvimento dos alunos, seja de forma individual ou em equipes, sempre foi total. Inclusive ocorrendo uma cooperação entre todos de forma que as dificuldades surgidas eram solucionadas por todos os jogadores; somente quando não conseguem solucionar entre si é que pedem ajuda ao professor. Essa característica de cooperação, marca registrada do RPG, fica bem claro na aplicação das atividades.

Os alunos ainda têm interesse em construir, descobrir um conhecimento. O jogo atiça a curiosidade deles pelo que está por vir, com o fascínio do que pode ocorrer. É uma mistura, que chama a atenção do jovem, cativando a sua curiosidade para o que está por vir ao longo do jogo.

A superação de limites é algo que está presente em todos os jogos e, como tal, o jovem entende como uma provocação que precisa ter uma resposta. A resposta a esta provocação é em cada fase o aluno ou a equipe esforçar-se e sair-se melhor que na fase anterior.

Eles abandonam o conhecimento abstrato (porcentagem e juros) e o transformam em concreto (vendas, compras e pagamentos). Esta transformação gera um amadurecimento neles que ao longo do jogo surgem comentários sobre lucro de comerciantes conhecidos, juros de pagamentos atrasados e até de empréstimos de dinheiro.

A repercussão desta atividade pode ser medida pela pergunta de alunos das turmas que não participaram, desejando saber quando terão a atividade aplicada para eles.

Creio que o uso de jogo de estratégias, como o RPG, para fixar, revisar ou aplicar conhecimentos de matemática será sempre muito útil. As formas como os alunos podem explorar um jogo é infinita. Esta infinidade de respostas ou soluções para a aplicação em um jogo só resulta em amadurecimento no aluno.

O aluno, descobrindo que existe sempre mais de uma forma para solucionar um problema, com certeza será um adulto que saberá buscar diferentes soluções para seus problemas.

Atuar em equipe ensina os alunos a compartilhar conhecimentos e a respeitar a opinião contrária. Desenvolvendo, desta forma, cidadãos seguros e respeitosos da opinião do outro.

Ao professor, esta forma de ensinar gera um elemento complicador. É a segurança no exercício profissional. Segurança esta dividida em várias partes, quais sejam:

- Segurança de conteúdo para saber interpretar e mostrar aos seus alunos as diversas formas de adquirir e aplicar um conhecimento;
- Segurança em relação ao controle de sala, saber o momento certo de intervir para evitar a bagunça e, principalmente, em manter a sala atenta à aula;
- Segurança didática, para saber passar o conteúdo sem transformar o jogo em aula descaracterizando as principais características de um jogo.

O uso de jogo como ferramenta para complementar o ensino é um recurso pedagógico válido e louvável. Mas será necessário que o professor saiba agir, reagir e interagir com seus alunos em uma atitude de cumplicidade. Se assim não o for, será o jogo apenas mais uma forma de traumatizar os alunos.

## Referências

ABT, Clark C. **Jogos simulados: estratégia e tomada de decisão**. Tradução de Alexandre Lissovsky. Rio de Janeiro, J. Opympio, 1974, 172 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Matemática (5ª a 8ª série). Brasília: MEC/SEF, 1997.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens**. 4 ed. São Paulo: Perspectiva, 1996

MARCATTO, Alfeu. **Saindo do Quadro.** 2 ed. ver. São Paulo, 1996.

McNITT, Lawrence L. **Simulação em BASIC.** Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro, 1985.

MUNIZ, C. **UTOPIA** – Regras Genéricas. Texto disponível na internet, no sitio www.mitsukai.hpg.com.br.

PAVÃO, A. **A Aventura da Leitura e da Escrita entre Mestres de Roleplaying Games (RPG)**. 2 ed. São Paulo: Devir, 2000

RACZ, M. Lucia and M. Ligia Carvalhal. 1998. **Voyage of the Nitrogen Atom.** Este Web site descreve a utilização da versão antiga de "A viagem do átomo de nitrogênio"em português, como utilizado na Universidade de São Paulo, Brasil. Fotos mostram a classe arrumada para a atividade.

TAHAN, MALBA. **Didática da matemática,** vol 1. São Paulo: Saraiva Livreiros e Editores, 1961.

TAYLOR, John L. & WALFORD, Rex. **Simulation in the classroom**. England, Penguin Books Ltd, 1972.

# AUTORES

**Ana Carolina Costa Pereira** é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2001), tem mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2005) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2010). Atualmente é coordenadora de curso de matemática da Universidade Aberta do Brasil, professora Adjunta da Universidade Estadual do Ceará, líder do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática e Diretora da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional do Ceará. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: geometria, livros didáticos, história da matemática, educação matemática e história da educação matemática. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

**Cleiton Batista Vasconcelos**(*in memoriam*) foi graduado em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1980) e obteve o título de mestre em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1983). Foi professor adjunto da Universidade Estadual do Ceará e diretor da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, regional do Ceará (Triênio 2013-2016). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino de Matemática e trabalhava com Avaliação de Livros Didáticos e Laboratório de Matemática.

**Eugeniano Brito Martins** é graduado em Estatística (UFC), Licenciado em Matemática (UECE), Especialista em Ensino de Matemática (UECE) e Planejamento Educacional (UVA).

Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE), Campus Jaguaribe. Orientador de bolsas IC-Junior. Com pesquisas voltadas para História da Matemática, Resolução de Problemas, Modelagem/Simulação/Jogos Estratégicos e Histórias em Quadrinhos. E-mail: eugeniano.martins@ifce.edu.br.

**João Luzeilton de Oliveira** é licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará – UECE, Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba – UFPB e Doutor em Computação Quântica pela Universidade Federal do Ceará – UFC. É professor da Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central - FECLESC/UECE, desde 1993. E-mail: jluzeilton@gmail.com.

**Joelma Nogueira dos Santos** é atualmente professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE), Campus Camocim. Ministra aulas nos cursos de graduação e pós-graduação em Ensino de Matemática. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática. Concluiu o mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) pela Universidade Federal do Ceará (UFC). É Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) cuja formação está direcionada para o Ensino e a Aprendizagem. É Especialista em Gestão e Avaliação da Educação Pública pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) a qual está voltada para a Gestão do Currículo. E-mail: joelma.santos@ifce.edu.br.

**Márcio Nascimento da Silva** é bacharel (2001) e mestre (2003) em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC), é professor do curso Licenciatura de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), desde 2005. Atualmente vem trabalhando mais de perto com a formação dos futuros professores de Matemática da Região Norte do estado do Ceará atuando como coordenador de área do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID) na UVA. Além de colaborador do Laboratório de Estatística e Matemática Aplicada (LEMAP), também é coordenador do Laboratório de Vídeos Didáticos (LAVID) onde são desenvolvidos projetos de produção de audiovisuais voltados para ensino, aprendizagem e divulgação da Matemática. E-mail: marcio@matematicauva.org.

**Nilton José Neves Cordeiro** é bacharel em Atuária pela Universidade Federal do Ceará (1999) e mestre em Estatística pela Universidade Federal de Pernambuco (2002), é professor do curso Licenciatura de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), desde 2005. Já coordenou o Curso de Licenciatura de Matemática da UVA, bem como coordenou o Curso de Matemática do PARFOR/UVA. Atualmente coordena o Laboratório de Estatística e Matemática Aplicada (LEMAP) onde desenvolve pesquisas/projetos sobre ensino/aprendizagem em Matemática e interdisciplinaridade. Hoje, também, é professor colaborador do Laboratório de Vídeos Didáticos (LAVID). E-mail: nilton@matematicauva.org.

**Paulo Gonçalo Farias Gonçalves** é Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2011) e Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2013). É Professor Assistente A da Universidade Federal do Cariri (UFCA), campus Brejo Santo e Coordenador do curso de Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais e Matemática dessa mesma instituição. Vice-líder do Grupo de Pesquisa em Educação, Ciências e Mídias

Digitais (Grupo EDUCMÍDIA). Tem experiência como professor e pesquisador atuante nas seguintes linhas de pesquisa: Métodos e Técnicas de Ensino; Educação Matemática; Etnomatemática.

**Sheyla Silva Thé Freitas** é licenciada em Pedagogia com habilitação em Matemática e Física pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (2001), licenciada em Letras com habilitação em Espanhol pela Universidade Estadual do Ceará (2012), Mestranda em Ciências da Educação pela Universidad Americana, especialista em Gestão Educacional pela Universidad Americana (2014), especialista em Metodologia do Ensino Fundamental e Médio pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (2002). Atualmente professora convidada dos cursos de Matemática e Pedagogia Universidade Aberta do Brasil – UECE, professora formadora na área de Matemática na Educação Indígena e Programa Brasil Alfabetizado pela SEDUC-CE, consultora em Jogos Matemáticos na área da Educação Infantil e Ensino Fundamental I pela Editora Moderna. E-mail: sheylasthe@gmail.com

**Valmiro de Santiago Lima** é licenciado em Matemática pelas Universidades Estadual e Federal do Ceará (UECE – 2002 e UFC – 2015), licenciado em Física pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (2011), Mestrando em Ciências da Educação pela Universidad Americana, especialista em Docência Universitária pela Universidade Americana (2014), especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2007). Atualmente professor convidado dos cursos de Matemática e Pedagogia Universidade Aberta do Brasil – UECE, professor formador na área de Matemática na Educação Indígena pela SEDUC-CE, consultor na área de Matemática do Ensino Fundamental II, Médio e do Projeto Aprova Brasil pela Editora Moderna. E-mail:valmirosantiago@gmail.com.